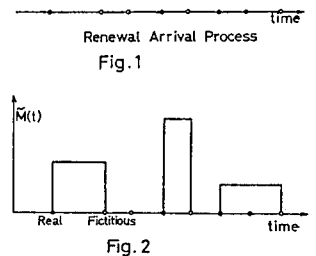


# 時間領域での変動性を考慮した道路橋活荷重のモデル化

鳥取大学工学部 正会員 高岡宣善, 舞鶴工車 正会員 松保重之  
鳥取大学工学部 正会員 白木 渡, 鳥取大学大学院 学生員 山本克之

1. まえがき 道路橋に作用する活荷重は、道路橋の耐用期間中空間的にも時間的にも変動する不規則過程である。したがって、これによって引き起こされる荷重作用もまた不規則過程であると考えることができる。本研究では、先に報告した空間的(橋軸方向)に不規則な活荷重を受ける道路橋の信頼性解析<sup>1)</sup>について、時間領域での変動性を考慮した道路橋活荷重作用のモデル化を、不規則過程論を用いて行おうとするものである。解析においては、一車線の単純桁橋を例にとり、荷重作用としては橋軸方向の曲げモーメントを考え、曲げモーメントがほぼ最大となり危険断面と考えられるスパン中央のみに注目した。

2. 荷重作用の確率モデル 不規則過程と考えられる荷重作用を、時間領域においてマクロに考えると、工学的に重要な効果をもたらす“ON”の状態と、そうでない“OFF”の状態に分けて考えることができる。“ON”の状態に対応するのは、道路橋を破壊に至らしめる可能性の大きい渋滞時であり、その他の期間は、荷重作用がゼロであるとみなす。このように考えると、道路橋の曲げモーメントの場合、Fig.2に示すような、定常長方形パルス過程にモデル化できる<sup>2)</sup>。パルスの潜在的な始まりおよび終わりの時刻は、平均到達率 $\lambda$ を有する再生点過程(Fig.1参照)によって規定され、 $\lambda$ はパルスの継続時間の期待値 $\mu$ の逆数として与えられる。また $\lambda$ にしたがって発生した点が、実際のパルスを開始する確率を $P_1$ とすると、Fig.2に示される再生パルス過程は、Fig.1の再生点過程で定義される潜在的な時刻において、前のパルス(高さ0の架空のパルスを含む)とは独立に確率 $P_1$ でパルスを開始し、確率 $(1-P_1)$ でパルスを終るような混合型の定常不規則関数 $\tilde{m}(t)$ であると考えることができる。



次に $\tilde{m}(t)$ の時間軸上の任意の点における確率密度関数 $f_m(m)$ および、レベル超過確率の時間密度 $v_m^*(t)$ を考える。 $f_m(m)$ に関しては、 $\tilde{m}(t)$ は離散値 $\tilde{m}(t)=0$ をとり得る混合型不規則関数なので、Diracのデルタ関数 $\delta(m)$ を用いて、式(1)のように表すことができる。式(1)において、 $f_m(m)$ は実現パルスの大きさの確率密度関数であり、その決定法については後述する。 $v_m^*(t)$ は連続型不規則過程と同様式(2)で  $f_m(m) = (1-P_1)\delta(m) + P_1 f_m(m)$  (1) 定義され、式(3)のように表すことができる。定常性の仮定より  $v_m^*(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta t} P[\tilde{m}(t) < r; \tilde{m}(t+\Delta t) > r]$  (2) より  $f_m(m) = f_m(m) = f_m(m)$  となることを考慮すると式(4)となる  $v_m^*(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta t} \left[ \lambda \Delta t \left( \int_0^{\infty} f_m(m) dm \right) \left( \int_0^{\infty} f_m(m) dm \right) \right]$  (3) より、レベル $t \geq 0$ の場合に限るとさらに簡単に式(5)のように表すことができ  $v_m^*(t) = \lambda \left\{ \int_0^{\infty} f_m(m) dm \right\} \left( \int_0^{\infty} f_m(m) dm \right)$  (4) する。式(5)において、 $F_m(m) = \int_0^m f_m(m) dm$ ,  $G_m(m) = \int_m^{\infty} f_m(m) dm = 1 - F_m(m)$ である。  $v_m^*(t) = P_1 \lambda \cdot G_m(m) \{ (1-P_1) + P_1 F_m(m) \}$  (5)

3. 時間領域における初通過破壊確率 上で求められた $v_m^*(t)$ を用いて、耐用期間中におけるレベル初通過による破壊確率を考える。荷重作用が高い信頼性レベル $r$ を超過するという現象は、非常にまれであると考えられる。したがって、この現象はポアソン分布に従っておけると仮定することができ、耐用期間 $T$ における平均超過回数 $\mu$ は、 $\mu = v_m^*(r) \cdot T$ と表すことができる。これを用いて期間 $T$ の間に再生  $Q_r(r) = 1 - \exp[-v_m^*(r) \cdot T]$  (6) パルス過程にモデル化された荷重作用が与えられたレベル $r$ を超過する確  $Q_r(r) = \int_r^{\infty} f_m(m) dm = P_1 \cdot G_m(r)$  (7) 率 $Q_r(r)$ は式(6)で与えられる。さらに厳密には、時間軸上の最初の時点に  $Q_r(r) = Q_0(r) + [1 - Q_0(r)] \cdot Q_r(r)$  (8) おいてすでに荷重作用がレベル $r$ を超過する確率 $Q_0(r)$ (式(7)参照)を考慮する必要があり、この確率を考慮した全破壊確率 $Q(r)$ は複合事象の確率の公式より式(9)のように与えられる。式(5),(6)および(7)の関係を式(8)に代入して整理すると式(9)を得る。先に報告した空間領域での信頼性解析の結果、スパン中央における曲げモーメントの評価のみを行えばよいということがわかっているため、時間領域で  $Q(r) = 1 - P_1 F_m(r) \exp[-P_1 \lambda F_m(r) \{1 - P_1 F_m(r)\} \cdot T]$  (9)

の信頼性解析を行う場合においても、スパン中央における曲げモーメントが耐用期間中に与えられたレベルな  
わち許容曲げモーメント $M_k$ を超過する問題として、式(9)を用いて解析を進めることができる。

4. 曲げモーメントの確率特性値の決定 実際は数値計算を行うに際しては、スパン中央における曲げモー  
メントの平均値 $\bar{M}_k$ 、分散 $D_{M_k}$ 、確率密度関数 $f_{M_k}(x)$ を決定する必要がある。 $\bar{M}_k, D_{M_k}$ については先の報告で示した不規  
則関数の相関理論を用いて解析的に求める方法(ただし活荷重の確率特性値はシミュレーション手法によって求  
める)と、シミュレーション手法のみにより直接曲げモーメントの特性値を求める方法<sup>3)</sup>がある。前者の方法によ  
ると比較的簡単な形の式(10)によって $\bar{M}_k, D_{M_k}$ が与えられる。<sup>1)</sup> 
$$\bar{M}_k = \frac{\bar{q} l^2}{8}, D_{M_k} = \frac{D_q l^2}{24} \left\{ \bar{e}^{\frac{\alpha l}{2}} \left( \cosh \frac{\alpha l}{2} - 2 \right) + \frac{\alpha^3 l^3}{24} - \frac{\alpha l}{2} + 1 \right\} \quad (10)$$
 式(10)において $\bar{q}, D_q$ はそれぞれ活荷重の平均値、分散、自  
己相関関数の減衰パラメータである。またこの方法は、活荷重の確率特  
性値が既知ならば、あらゆるスパン長に対して、橋軸上の任意の点の曲  
げモーメントの平均 $\bar{M}$ 、分散 $D_M$ を算出できる長所をもつ。Fig.3 および4  
にこれら2つの方法によって得られた曲げモーメントの平均値 $\bar{M}$ 、分散  
 $D_M$ の値を示す。ただしスパン長 $l=25m$ とした。これらの図において実線  
は解析的に求められたもので、×印はシミュレーションより得られたも  
のである。二つの方法により求められた結果は、よく一致していると言  
える。ここでは比較的有効と思われる前者の方法によって曲げモーメン  
トの平均値、分散を評価することにした。また $f_{M_k}(x)$ については、シミュ  
レーションより得られるスパン中央の曲げモーメントの観測値を階級化  
し、よく知られている種々の理論分布曲線と比較検討した結果、スパン  
長によって分布形状に大きな変化は認められなかったので、スパン長に  
かわらず正規分布で近似することにした。

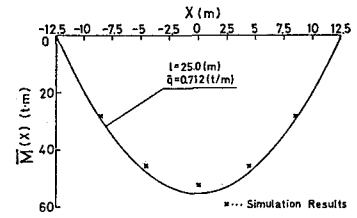


Fig. 3

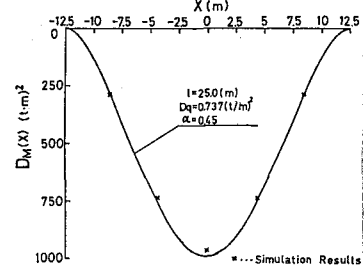


Fig. 4

5. 渋滞確率および平均渋滞時間の決定 渋滞確率 $P_f$ 、平均渋滞時  
間 $\bar{M}_d$ の決定は、実際の観測に基づいて行うべきものであるが、このような資料がないので今回は、 $\bar{M}_d$ については  
2時間、 $P_f$ については待合わせ理論を基礎に、スパン長 $l$ の指数関数: $P_f = A \cdot \exp[-B l]$ で与えられるものと仮定し  
た。<sup>3)</sup> この式において $A, B$ は定数で、2種類のスパン長における渋滞確率を仮定することによって決定した。その  
際、道路橋の耐用期間は50年と仮定した。結果のみを示すと $A=1.4498 \times 10^{-3}$ 、 $B=0.0184$ である。

6. 数値計算例 以上示した諸式および仮定した分布形やパラメータを用  
いて数値計算を行った。その一例をFig.5に示す。これは耐用期間中の破壊確率  
 $Q$ を一定とした場合のスパン $l$ と設計用曲げモーメント $M_k$ (許容曲げモーメン  
トに一致)との関係を示したものであり、参考のため現行の設計荷重を用いた  
場合のスパン $l$ と設計用曲げモーメント $M_k$ との関係を合わせて破線で示してあ  
る。 $P_f$ をはじめ主観的な仮定をもうけているので、Fig.5より現行の設計荷重は  
安全性の余裕が少ないと判断することは早計であるが、これらの仮定は定性的  
には実状とかけはなれていないと思われる。以上示したような解析を行えば、  
活荷重および荷重作用の時間領域での不規則性の評価、ならびに道路橋の信頼  
度の評価を不規則過程論を用いて行うことができ、規定の破壊確率のもとに異  
なったスパン長に対して設計曲げモーメントの規定が可能である。

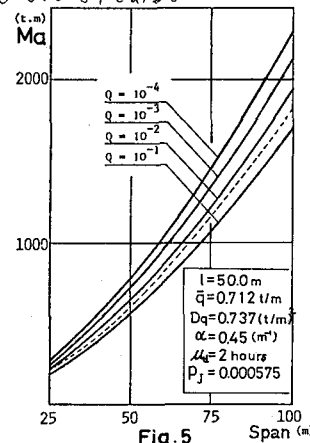


Fig. 5

1) 高田・白木・松保: 不規則関数論に基づく道路橋の信頼性解析, 土木学会第36回年次学術講演概要集, I-320, 1981-10。

2) R.D. Larrabee-C.A. Cornell: Combination of Various Load Processes, Jour. Str. Div., ASCE, Jan. 1981。

3) 藤野伊藤・遠藤: シミュレーションに基づく道路橋設計活荷重の評価, 土木学会論文報告集, 第288号, PP. 1~13, 1979-6。