確率論的手法による構造設計用荷重の組合せ

鳥取大学工学部　正会員　高岡宣善　　京都府庁　　正会員　千阪貞昭

鳥取大学工学部　正会員　白木　渡　　鳥取大学大学院　学生員○境　英治

1．まえがき　耐用期間中，構造物に作用する荷重の多くは，時間領域内で変動する不規則過程であり，通常，複合して作用する．よって荷重の評価には，時間軸上での組合せ解析が必要である。このような荷重の組合せ作用に対して，限界状態設計法では，個々の荷重の安全性のレベルを調整するための荷重係数および安全性の全体的なレベルを調整するための荷重組合せ係数を用いているが，その決定法は，明確な根拠を有していないのが現状である．本研究では，確率論的に荷重の組合せ作用を評価し，さらに，そのような評価をもとにして荷重係数および荷重組合せ係数を理論的に決定する方法を示そうとするものである．

2．B－C過程および過載荷重による荷重のモデル化　荷重過程に関する1つの有用な基本モデルとしてB－C過程がある．これは，時間変動を考慮した荷重過程モデルであり，その標本関数はFig.1に示すようなものである．[1]荷重は，規定された基準区間τの間では一定値をとり，その後，変化すると仮定する．また，それぞれの基準区間における荷重の大きさは，同一分布を有し，相互に独立な不規則変数であると考える．1つの基準区間において，荷重の大きさがゼロである確率Pが存在する時，時間軸上の任意の時点のPDF $f_{\tilde{g}}(x)$，平均超過率 $\nu^{+}(r)$は，それぞれ式(1)，(2)で表される．ここに $\delta(x)$は，Diracのデルタ関数であり，$f^{*}_{\tilde{g}}(x)$，$F^{*}_{\tilde{g}}(r)$はそれぞれ，荷重の大きさに関する条件付き確率密度関数および確率分布関数である．また，もう1つの荷重の評価法として，過載荷重があげられる．過載荷重とは，ごく短期間であるが，ある水準を著しく超過して構造物の安全性をそこなうような荷重であり，この過載荷重は，不規則な継続時間$\bar{\Delta}$を有し，不規則な時間区間$\bar{\tau}$ごとに現れる長方形パルスの不規則系列と考えられる．（Fig.2参照）そして，耐用期間Tの間に，少なくとも1回は過載荷重が生起する確率∇は，式(3)のように与えられる．ここに，aは過載荷重が任意の時点に生起する確率で，式(4)で与えられる．また，$\bar{\Delta}$および$\bar{\tau}$は，それぞれ過載荷重の作用継続時間および，再現期間の期待値である．[2]

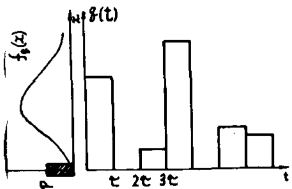

Fig.1　Mixed Type

$$f_{\tilde{g}}(x)=P\delta(x)+(1-P)f^{*}_{\tilde{g}}(x) \tag{1}$$

$$\nu^{+}(r)=(1/\tau)\{P+(1-P)F^{*}_{\tilde{g}}(r)\}\{(1-P)\{1-F^{*}_{\tilde{g}}(r)\}\} \tag{2}$$

$$\nabla = a\cdot T/\bar{\Delta} \tag{3}$$

$$a = \bar{\Delta}/\bar{\tau} \tag{4}$$

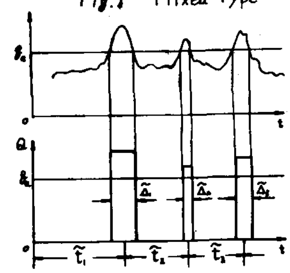

Fig.2

3．最大値分布，超過の理論および過載荷重モデルによる組合せ作用の評価　いま，2つの独立な過程$\tilde{g}_1$，$\tilde{g}_2$（それぞれ基準区間τ_1，τ_2を有し，$\tau_1>\tau_2$である）が組み合わされた場合の新しい過程$\tilde{g}=\tilde{g}_1+\tilde{g}_2$を考える。この過程がB－C過程の場合，耐用期間Tにおける和の過程の最大値のCDFは，式(5)のようなたたみ込み積分（最大値分布）で表される。ここにm，nは，Mixed typeの場合，相関時間θ_1，θ_2を用いることによって，式(6)，(7)で与えられる．また，和の過程$\tilde{g}$の最大値が耐用期間Tの間にレベルrを超過する確率は，超過の理論を用いて，式(8)で表される．ここに，$G_{\tilde{g}}(r)$は，任意の時間のはじまりにおいて，$\tilde{g}$がrを超過する確率を表し，$\nu^{+}_{\tilde{g}}(r)$は平均超過率で，式(9)によって与えられる。一般に，n個のB－C過程の和は，n個の時間軸上の任意の時点のPDFとn個のB－C過程の平均超過率をそれぞれたたみ込むことによって，組み合わせることができる．つぎに，過載荷重モデルを用いた場合について組合せ作用を評価する。個々の過載荷重が任意の時点に生起する確率をa_1，

$$F_{\max\tilde{g}T}(x)=\left\{\int_{-\infty}^{x}f_{\tilde{g}_1}(z)\left[F_{\tilde{g}_2}(x-z)\right]^{m}dz\right\}^{n} \tag{5}$$

$$m=\theta_1/\theta_2 \tag{6}$$

$$n=T/\theta_1 \tag{7}$$

$$G_{\max\tilde{g}}(r)\leqq G_{\tilde{g}}(r)+\nu^{+}_{\tilde{g}}(r)\cdot T \tag{8}$$

$$\nu^{+}_{\tilde{g}}(r)=\int_{-\infty}^{\infty}f_{\tilde{g}_2}(y)\cdot\nu^{+}_{\tilde{g}_1}(r-y)\,dy+\int_{-\infty}^{\infty}f_{\tilde{g}_1}(x)\cdot\nu^{+}_{\tilde{g}_2}(r-x)\,dx \tag{9}$$

a_2とし，また作用継続時間をΔ_1，Δ_2とする。そうすると，2つの過載荷重が任意の時点に同時に生起する確率a_{12}，および2つの過載荷重の同時作用継続時間Δ_{12}の期待値$\bar{\Delta}_{12}$は，それぞれ式(10)，(11)で表される。また，構造物の耐用期間Tの間に少なくとも1回，2つの過載荷重が重なり合う確率∇_{12}は，式(3)の単一の過載荷重による破壊確率と同様に考えて，式(12)で与えられる。式(10)，(11)および(12)は，3つ以上の過載荷重が作用する場合にも適用できる。

$$a_{12}=a_1\cdot a_2=\bar{\Delta}_1\cdot\bar{\Delta}_2/\bar{t}_1\,\bar{t}_2 \quad (10)$$

$$1/\bar{\Delta}_{12}=1/\Delta_1+1/\Delta_2=\sum_{i=1}^{2}\frac{1}{\Delta_i} \quad (11)$$

$$\nabla_{12}=a_{12}\cdot T/\bar{\Delta}_{12} \quad (12)$$

4．荷重係数および荷重組合せ係数の決定法　複数個の荷重作用を受ける構造物が破壊しないためには，式(13)の不等式が成立しなければならない。ここに，C_iは構造影響係数，$\widetilde{q}_i$は不規則量としての荷重であり，またRは耐荷力である。いま，個々の荷重作用$C_i\widetilde{q}_i$に対応する荷重の許容レベルq_i^0を想定し，各荷重作用に対して式(14)のような不等式を考える。ここに，荷重の許容レベルは，設計用材料強度を[R]として式(15)を満たすように決定する。荷重$\widetilde{q}_i$の公称値を$[q_i]$とし，さらに，荷重係数γ_iを導入することによって式(14)の各々に対して式(16)を得る。式(14)の各々をそれに対応する式(16)の各々で除すと式(17)のようなn個の不等式が得られる。したがって，各荷重$\widetilde{q}_i$の公称値$[q_i]$が既知であれば，式(17)の各々の左辺が右辺の1を越える事象の確率をそれぞれQ_*/nにすることによって荷重係数γ_iは決定できる。これを式で表すと，式(18)のようになる。荷重係数γ_iが決定されると，各荷重の公称値$[q_i]$および影響係数C_iを用いて個々の荷重の設計値$C_i\gamma_i[q_i]$が得られる。しかし，これらの総和を設計用組合せ荷重値にすることは，これらの総和が時間の変動性を考慮していないことからできない。よって，これを考慮するために，荷重組合せ係数ψという低減係数を式(19)のように与えてやり，式(19)を設計用組合せ荷重値にする。式(13)を式(19)で除すと式(20)が得られる。P_iは式(21)で与えられる。さて，ここでは簡単のために2つの荷重$\widetilde{q}_1$，$\widetilde{q}_2$が作用する場合の荷重組合せ係数の決定法を述べる。いま荷重$\widetilde{q}_1$，$\widetilde{q}_2$の分布形F_1，F_2が既知であり，耐荷力Rが確定量であるとする。この場合，式(20)のかわりに式(22)が得られる。特に，過載荷重の概念を用いると，式(22)の左辺が右辺の1を越える確率Q_*は，式(23)〜(26)のように考えることによって決定できる。このことから，$[q_i]$およびC_iが既知であれば，規定の破壊確率Q_*となるように過載荷重のレベルを決定し，ψを求めることができる。なお，a_1，a_2は分布形F_1，F_2を用いて式(27)，(28)で与えられ，個々の設計用荷重$[q_i]$としては，規定の破壊確率となる単一荷重作用による過載荷重のレベルを用いる。

$$C_1\widetilde{q}_1+C_2\widetilde{q}_2+\cdots\cdots+C_n\widetilde{q}_n\leqq R \quad (13)$$

$$C_1\widetilde{q}_1\leqq q_1^0,\cdots\cdots,C_n\widetilde{q}_n\leqq q_n^0 \quad (14)$$

$$[R]=q_1^0+q_2^0+\cdots\cdots+q_n^0 \quad (15)$$

$$C_1\gamma_1[q_1]=q_1^0,\cdots\cdots,C_n\gamma_n[q_n]=q_n^0 \quad (16)$$

$$\frac{\widetilde{q}_1}{\gamma_1[q_1]}\leqq 1,\cdots\cdots,\frac{\widetilde{q}_n}{\gamma_n[q_n]}\leqq 1 \quad (17)$$

$$P\left\{\frac{\widetilde{q}_1}{\gamma_1[q_1]}\geqq 1\right\}=\frac{Q_*}{n},\cdots\cdots,P\left\{\frac{\widetilde{q}_n}{\gamma_n[q_n]}\geqq 1\right\}=\frac{Q_*}{n} \quad (18)$$

$$\psi\{C_1\gamma_1[q_1]+\cdots\cdots+C_n\gamma_n[q_n]\}=[R] \quad (19)$$

$$\frac{P_1\widetilde{q}_1}{\psi\gamma_1[q_1]}+\cdots\cdots+\frac{P_n\widetilde{q}_n}{\psi\gamma_n[q_n]}\leqq\frac{R}{[R]} \quad (20)$$

$$P_i=\frac{C_i\gamma_i[q_i]}{C_1\gamma_1[q_1]+\cdots\cdots+C_n\gamma_n[q_n]} \quad (21)$$

$$\frac{P_1\widetilde{q}_1}{\psi\gamma_1[q_1]}+\frac{P_2\cdot\widetilde{q}_2}{\psi\gamma_2[q_2]}\leqq 1 \quad (22)$$

$$Q_*=\nabla_1+\nabla_2+\nabla_{12} \quad (23)$$

$$\nabla_1=P\left\{\frac{P_1\widetilde{q}_1}{\psi\gamma_1[q_1]}\geqq 1\right\}=\frac{a_1\cdot T}{\Delta_1} \quad (24)$$

$$\nabla_2=P\left\{\frac{P_2\cdot\widetilde{q}_2}{\psi\gamma_2[q_2]}\geqq 1\right\}=\frac{a_2\cdot T}{\Delta_2} \quad (25)$$

$$\nabla_{12}=P\left\{\frac{P_1\cdot\widetilde{q}_1}{\psi\gamma_1[q_1]}+\frac{P_2\cdot\widetilde{q}_2}{\psi\gamma_2[q_2]}\geqq 1\right\}=\frac{a_{12}\cdot T}{\Delta_{12}} \quad (26)$$

$$a_1=1-F_1\left(\frac{\psi\gamma_1[q_1]}{P_1}\right) \quad (27)$$

$$a_2=1-F_2\left(\frac{\psi\gamma_2[q_2]}{P_2}\right) \quad (28)$$

5．数値計算例および考察　数値計算例として，鳥取地方における雪荷重と風荷重の組合せ解析を行った。雪荷重の分布関数としては，式(29)で表されるグンベル分布を用い，風荷重としては，式(30)で表されるワイブル分布を用いた。各パラメータは，鳥取気象台のデータから推定した。結果の一例を表−1に示す。表−1は，過載荷重モデルを用いた場合の規定の破壊確率$Q_*=10^{-1}$，10^{-3}，10^{-5}に対する荷重係数γ_1，γ_2ならびに荷重組合せ係数ψを求めたものである。ただし，雪荷重および風荷重の作用継続時間の期待値は，それぞれ$\bar{\Delta}_1=15$日，$\bar{\Delta}_2=0.3$日とし，影響係数$C_1=C_2=1$，耐用期間$T=50$年とした。表−1からわかるように，組合せ荷重がかなり低減できることがわかる。

$$F_1(q_1)=\exp\left(-\exp\frac{764.3-q_1}{408.3}\right) \quad (29)$$

$$F_2(q_2)=1-\exp(0.01456\cdot q_2^{1.0}) \quad (30)$$

表−1　　(単位：N/m²)

Q_*	$[q_1]$	$[q_2]$	γ_1	γ_2	ψ	$[q_1]+[q_2]$	$\psi\{\gamma_1[q_1]+\gamma_2[q_2]\}$
10^{-1}	3302	832	1.086	1.057	0.868	4134	3878
10^{-3}	5183	1148	1.055	1.042	0.864	6331	5759
10^{-5}	7064	1465	1.040	1.032	0.862	8529	7639

参考文献：1) Carl J. Turkstra and Henrik O. Madsen：Load Combinations in Codified Structural Design, Jour. Str. Div., ASCE, December. 1980.

2) 千阪・白木・高岡：荷重組合せ係数の確率論的決定法，土木学会第36回年次学術講演会講演概要集第1部，I−321，1981−10.