

目標計画法によるパラメータ推定理論に関する一考察

徳島大学 正 員 青山吉隆
 徳島大学 学生員 大谷 博
 徳島大学 学生員 ○ 壁谷康峰
 徳島大学 神原孝光

§1. はじめに

モデルのパラメータ推定には、従来、重回帰分析が多く用いられてきた。しかし、重回帰分析では、モデルの先験的性質から各パラメータに符号条件の課せられているときに、その条件を満足するモデルを推定することは、説明変数の選択問題、重共線性問題によって、困難な場合がある。また重共線性によって、被説明変数と説明変数との偏相関係数の符号と、パラメータの符号とが一致しない場合がある。そこで本研究では、符号条件を満足するパラメータ推定手法として、目標計画法を用いた手法を提案し、実際のモデルに適用して、重回帰分析との比較を行ない、目標計画法の特性およびその有効性を検討するものである。

なお、実証例としては、横浜市を98ゾーンに分割して、表-1に示す指標を被説明変数とし、表-2に示す12種類の用途別床面積を説明変数とするモデルを対象とした。

§2. 目標計画法モデル

最小2乗法は、残差の総和を最小にするパラメータを推定することであるが、目標計画法では、残差の一次距離を最小にすることを目標とする。

いま、被説明変数 Y と説明変数 X_j ($j = 1, \dots, N$)との間に、式(1)で表わされる直線関係がある場合を考える。

$$Y = a_1X_1 + a_2X_2 + \dots + a_NX_N \quad (1)$$

ここで、予測値が実測値を超過したときの大きさを ε^+ 、予測値が実測値より不足したときの大きさを ε^- で示す非負の補助変数を導入すれば、全ての変数間に

$$Y_i = \sum_j a_j X_{ij} - \varepsilon_i^+ + \varepsilon_i^- \quad (2)$$

が成立する。このとき、目標計画法による非負条件のついたパラメータ推定を定式化すると式(3)となる。

$$\left. \begin{array}{l} \text{目的関数 } S = \sum_i (\varepsilon_i^+ + \varepsilon_i^-) \rightarrow \min \\ \text{制約条件 } Y_i = \sum_j a_j X_{ij} - \varepsilon_i^+ + \varepsilon_i^- \\ \varepsilon_i^+, \varepsilon_i^-, a_j \geq 0 \end{array} \right\} \quad (3)$$

つまり、式(3)の制約条件のもとで、 S を最小にするパラメータ a_j を推定すればよい。これは、線形計画法と形式的には同じであるので、シンプレックス法によって解くことができる。

この目標計画法モデルでは、非負条件を満足しないパラメータを持つ変数はモデルに採用されない。また、重回帰モデルで起こる重共線性問題は発生しない。しかし、モデルの精度は、モデルに採用されない変数があるために、重回帰モデルより低くなると考えられる。

§3. 目標計画法モデルと重回帰モデルとの比較

モデル推定を行なうにあたって、説明変数の選択が問題となる。本研究では、被説明変数との単相関係数の高い用途別床面積に着目し、一部に被説明変数の原単位と考えられる用途別床面積を加え説明変数とした。こうして決定された説明変数を用いて、従属変数である各種指標を、目標計画法、重回帰分析の両手法によって推定し、

表-1 被説明変数

分 類	項 目
人 口	人口 (人)
工 業	従業者数 (人)
商 業	従業者数 (人) ・ 販売額 (万円)
発生交通量	通勤 ・ 通学 ・ 業務 ・ 帰宅 ・ 買物
集中交通量	通勤 ・ 業務 ・ 帰宅 ・ 買物

表-2 説明変数

用 途	
1 一般住宅	7 旅館・待合
2 共同住宅	8 興業施設
3 店舗住宅	9 病 院
4 農業施設	10 工 場
5 店舗・百貨店	11 倉 庫
6 事務所・銀行	12 そ の 他

これらを比較検討する。

表-3に示す商業販売額モデルにおいて、倉庫は、偏相関係数が、-0.3690と負であり、倉庫と商業販売額との間には、負の相関関係があることを示している。このとき、重回帰モデルでは、-26.171と、負のパラメータが推定される。しかし、目標計画法モデルでは、制約条件を満足しないので、モデルに倉庫床面積は採用されない。両モデルの精度を比較すると、重相関係数は重回帰分析の方が高いが、絶対誤差つまり残差の絶対値の総和は、目標計画法モデルの方が小さい。モデルの説明力としては、非負条件を満足した目標計画法モデルの方が強いと言える。

表-4に示す工業従事者数推定は、重回帰モデルに重共線性が働くケースである。ここで、事務所・銀行と倉庫との間には高い内部相関があり、重共線性が働いているために、偏相関係数が負であるにもかかわらず、重回帰モデルでは、0.00259と正のパラメータが推定されている。しかし、目標計画法モデルでは、シンプレックス基準によって説明変数の変動を調べるために、重共線性問題は起こらず、また非負条件があるために、事務所・銀行はモデルより棄却された。このように、説明変数間に重共線性が働く場合に、目標計画法は大変に有効なパラメータ推定手法であると言える。

表-5に示す総人口推定において、目標計画法モデル、重回帰モデルともに、説明変数すべてにパラメータが推定されている。しかし、両者のパラメータの値には、若干の違いがある。これは、目標計画法モデルが、残差の一次距離を最小にすることを目標にしているのに対して、重回帰モデルは、二次距離を最小にすることを目標にしているので、分散の大きな変数の取り扱いが異なるためと考えられる。

ここであげなかった指標推定においても、上記の3つのケースのどれかに当てはまる結果をえた。

3.4. まとめ

以上の結果より、次の3つの特徴が目標計画法によるパラメータ推定にはあると言える。

- 目標計画法を用いて符号条件のあるモデルの、パラメータ推定を行なえば、符号条件を満足するパラメータを推定することかできる。
- 目標計画法によるパラメータ推定では、重共線性問題は起らず、各説明変数と被説明変数との偏相関係数の符号と一致したパラメータが推定される。
- モデルの精度は、上記の結果より、重回帰分析と比較して、同等もしくは、若干低くなっている。これは重回帰分析は、パラメータの数が多いためである。しかし、符号条件を満たしたパラメータであることを考慮すれば、十分にパラメータ推定手法として用いることができる。また、絶対誤差を比較すれば、目標計画法の方が小さな値を示す。

表-3 商業販売額モデルのパラメータ

手法 説明変数	目標計画法	重回帰分析	偏相関係数
店舗住宅	13.986	15.530	0.0184
店舗・百貨店	32.229	45.022	0.4101
事務所・銀行	58.751	89.307	0.7695
倉庫	*****	-26.171	-0.3690
重相関係数	0.8930	0.9126	
# 絶対誤差	1.714x10 ⁸	1.759x10 ⁸	

表-4 工業従業者数モデルのパラメータ

手法 説明変数	目標計画法	重回帰分析	偏相関係数
事務所・銀行	*****	0.00259	-0.0246
工場	0.02163	0.01453	0.8214
倉庫	0.00156	0.00032	0.1514
重相関係数	0.8792	0.8772	
# 絶対誤差	80 172	85 339	

表-5 総人口モデルのパラメータ

手法 説明変数	目標計画法	重回帰分析	偏相関係数
一般住宅	0.05634	0.05861	0.9217
共同住宅	0.04744	0.04062	0.7343
店舗住宅	0.02237	0.03494	0.2230
農業施設	0.03010	0.07209	0.3773
重相関係数	0.9780	0.9801	
# 絶対誤差	211 126	221 571	

$$\# \text{ 絶対誤差} = \sum |Y_i - \sum a_j X_{ij}|$$