トンネルの応力-変形解析における境界条件について

徳島大学工学部　正員　小田 英一
徳島大学工学部　正員　○堀田 政國

1　まえがき

トンネルの応力-変形解析を行うにあたっては 境界条件の設定が重要である。特に，解析領域が有限である場合には，境界条件を変位で与えるか応力で与えるかにより解析値がかなり異なる場合がある。そこで，本報告においては，厚肉円筒理論により導いたトンネル周辺地山の弾性方程式を 種々の境界条件のもとで解き，地山の変形係数（特にポアッソン比 ν ），解析領域（影響圏）の大きさ，境界条件の種類（応力境界条件，変位境界条件）等の関係について検討するものである。

2　解析法

弾性地山内の円形トンネルに対して厚肉円筒理論を適用すると，地山の釣合方程式は次のようになる。

$$r^2\frac{d^2u}{d^2r}+r\frac{du}{dr}-u=0 \qquad \text{------------------ (1)}$$

ここで，rはトンネル中心からの距離，uはトンネル中心に向う変位である。また，ここでは地山は平面歪状態にあるものと仮定している。

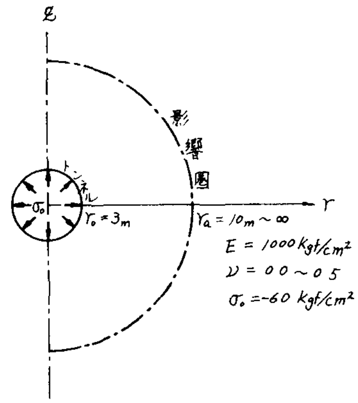

図1　トンネル解析モデル

1) 応力境界条件を用いる場合

(1) 式を解くにあたって，以下のような応力境界条件を採用する。すなわち，$r=r_0$（トンネル円孔）において，半径方向応力増分 $\Delta\sigma_r=\Delta\sigma_0$，また，$r=r_a$（影響圏半径）において $\Delta\sigma_r=0$ とすると，(1) 式の解は，

$$u=-\frac{1+\nu}{E(r_a^2-r_0^2)r}\left\{(1-2\nu)r_0^2r^2+r_a^2r_0^2\right\}\Delta\sigma_0 \qquad \text{---- (2)}$$

となる。また，このときの半径方向応力増分$\Delta\sigma_r$と接線方向応力増分$\Delta\sigma_t$は次のようになる。

$$\Delta\sigma_r=\frac{1}{(r_a^2-r_0^2)r^2}(r_a^2r_0^2-r_0^2r^2)\Delta\sigma_0 \qquad \text{---------- (3)}$$

$$\Delta\sigma_t=\frac{-1}{(r_a^2-r_0^2)r^2}(r_a^2r_0^2+r_0^2r^2)\Delta\sigma_0 \qquad \text{---------- (4)}$$

2) 変位境界条件を用いる場合

境界条件として，$r=r_a$（影響圏半径）において，半径方向変位$u=0$，また，$r=r_0$（トンネル円孔）においては$\Delta\sigma_r=\Delta\sigma_0$とすると，(1) 式の解は，

$$u=\frac{(1+\nu)(1-2\nu)}{Er}\frac{r_0}{r_0^2+(1-2\nu)r_a^2}(r^2-r_a^2)\sigma_0 \qquad \text{--- (5)}$$

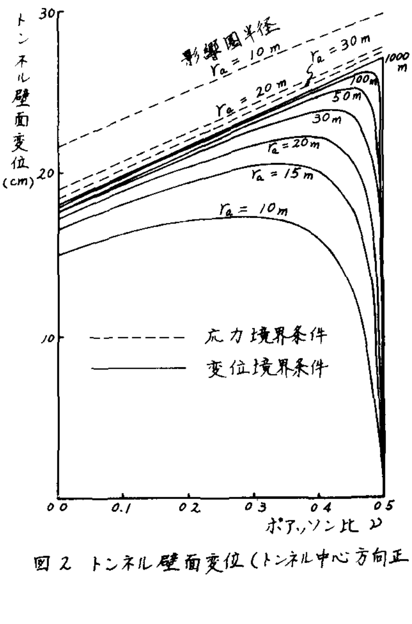

図2　トンネル壁面変位（トンネル中心方向正）

となる。また，このときの応力増分については以下のように計算さ

$$\Delta\sigma_r = \frac{r_o^2}{r_o^2+(1-2\nu)r_a^2}\left\{1+(1-2\nu)\frac{r_a^2}{r^2}\right\}\Delta\sigma_o \qquad (6)$$

$$\Delta\sigma_t = \frac{r_o^2}{r_o^2+(1-2\nu)r_a^2}\left\{1-(1-2\nu)\frac{r_a^2}{r^2}\right\}\Delta\sigma_o \qquad (7)$$

半径方向応力 σ_r および接線方向応力 σ_t は

$$\left.\begin{aligned}\sigma_r &= (\sigma_r)_{init} + \Delta\sigma_r\\ \sigma_t &= (\sigma_t)_{init} + \Delta\sigma_t\end{aligned}\right\} \quad \text{---------} \quad (8)$$

で与えられる。ここで，$(\sigma_r)_{init}$，$(\sigma_t)_{init}$ はトンネル掘削前の地山の半径方向と接線方向の初期応力である．

3 解析例

図1に示すような均質等方性の弾性地山に半径 $r_o=3\,m$ のトンネル掘削を行う場合を想定する。地山のヤング率 $E = 1000\,kgf/cm^2$，ポアッソン比 $\nu=0.0 \sim 0.5$ としている。初期地圧 $(\sigma_r)_{init} = (\sigma_t)_{init} = 60\,kgf/cm^2$（土かぶりはほぼ $300m$）とし，トンネル掘削による等価内圧としてトンネル表面に $\Delta\sigma_r = -60\,kgf/cm^2$ がかかるものとする．また，影響圏半径としては $r_a = 10m \sim \infty$ が解析対象とされた。

4 解析結果および考察

図2にはトンネル壁面押出し変位とポアッソン比との関係を，影響圏半径をパラメータとして示している．実線は変位境界条件を用いた場合であり，破線は応力境界条件の場合である．応力境界条件を用いた場合，変位はポアッソン比の増加とともに単調増加し，影響圏半径が大きくなるにつれて小さくなり一定値に収束する．逆に，変位境界条件を用いた場合は，影響圏半径が大きくなるほど変位は大きくなり一定値に収束する．この値は応力境界条件を用いた場合の収束値と一致する。また，変位境界条件を用いた場合ポアッソン比が0.5（非圧縮性材料）に近づくにつれて変位が急激に小さくなることにも注意を要す。

図3(a)(b)には，それぞれ応力境界条件および変位境界条件を用いた場合の地盤内変位を示している。

図4，図5には応力分布図を示している。図4は応力境界条件を用いた場合であり，ポアッソン比には無関係である。また，影響圏半径の大きさにもあまり影響を受けていないことがわかる．一方，図5より変位境界条件を用いた場合にはポアッソン比が0.5に近づくにつれて応力分布が大きく変化することがわかる．

以上，応力境界条件および変位境界条件を用いたトンネル周辺地山の弾性解析について述べたが，このような解析において，特に，変位境界条件を非圧縮性に近い材料に適用する場合には，影響圏半径に対する十分なる注意が必要と思われる。

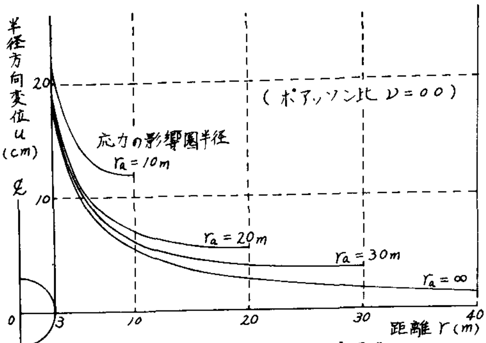

図3(a) 半径方向変位（応力境界条件）

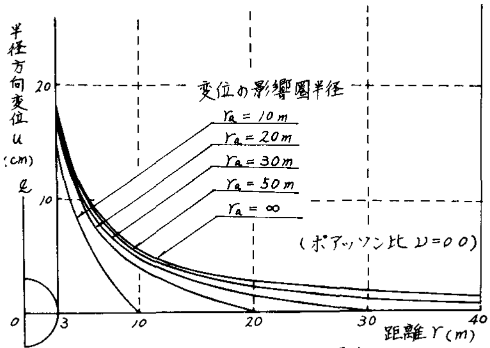

図3(b) 半径方向変位（変位境界条件）

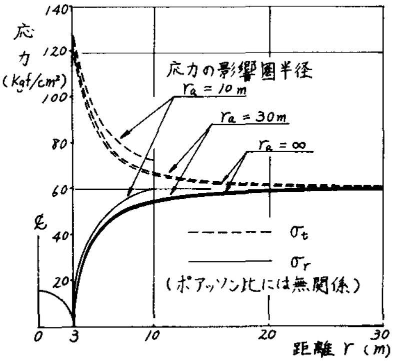

図4 地盤内応力（応力境界条件）

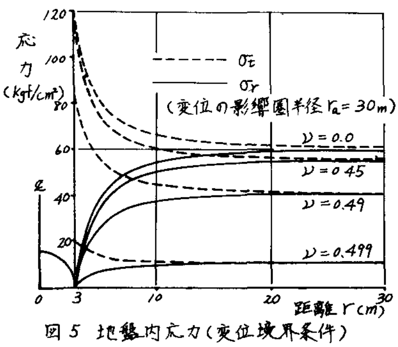

図5 地盤内応力（変位境界条件）