

1. まえがき

近年、物体の鉛直軸まわりの軸対称性を仮定してではあるが、その回転曲線の各線素分における流体量を未知量とする1次元積分方程式による波力算定法が開発されはじめ、従来の物体表面の各面素分における流体量を未知量とする2次元積分方程式による手法に比較して非常に実用的な手法であることが認められつつある。そして、既に著者は¹⁾この手法の大きな欠点となっていた特異点近傍における1次元積分方程式の取り扱いを明らかにして、波力算定法の一般化を行なった。これに引き続き、本研究では、実際に計算を行なう際に問題となる物体の回転曲線の線素分への分割数について検討するとともに、いくつかの軸対称物体について波力の算定を行ない、従来の結果との比較の上で手法の妥当性を検証したものである。

2. 1次元積分方程式に基づく波力算定法の概要とその利点

1) 回折散乱波ポテンシャルの表示: 図-1に示すように、Z軸を中心とする任意の軸対称物体があり、X軸の正の方向へ Φ_I の速度ポテンシャルを有する微小振幅波が入射するものとする。この場合、物体よりの回折散乱波の速度ポテンシャル Φ_D は、単位撃起波についてのLaplas方程式の解、すなわちGreen関数 G とその分布関数 f により(1)式のように表示できる。

$$\Phi_D(x, y, z) = \frac{1}{4\pi} \iint_{A(x, y, z)} f(X, Y, Z) G(x, y, z; X, Y, Z) dA(X, Y, Z) \quad (1)$$

ここで、 A は水面下の物体表面を、 (x, y, z) は Φ_D を求めようとする位置の座標を、 (X, Y, Z) は水面下の物体表面上の位置の座標を示す。

2) わき出し分布関数 f の決定方程式: (1)式中の f は未知関数で、物体表面の運動学的境界条件により求められ、固定物体の場合その条件は(2)式ようになる。

$$\left[\frac{\partial}{\partial n(x, y, z)} \left\{ \frac{1}{4\pi} \iint_A f(X, Y, Z) G(x, y, z; X, Y, Z) dA(X, Y, Z) \right\} + \frac{\partial \Phi_I}{\partial n(x, y, z)} \right]_{\text{物体表面上}} = 0 \quad (2)$$

ここに、 $n(x, y, z)$ は物体表面上の位置 (x, y, z) における単位法線である。

3) 1次元積分方程式への変換: (2)式は、物体表面の面積分を含む2次元積分方程式であり、これを①円柱座標系での表示に変換し ($(x, y, z) \rightarrow (r, \theta, z)$, $(X, Y, Z) \rightarrow (R, \Theta, Z)$)、② Θ についての積分を行ない、③物体の軸対称性を利用し、 θ に着目して G , Φ_I をフーリエ余弦展開し、④各フーリエモードの係数方程式で表示すると(3)式ようになる。

$$\int_{S(R, Z)} f_m(R, Z) R \left\{ \left(Z' \frac{\partial}{\partial R} - r' \frac{\partial}{\partial Z} \right) G_m \right\} dS + 4\pi \left\{ Z' \frac{\partial}{\partial R} - r' \frac{\partial}{\partial Z} \right\} \phi_{Im} \Big|_{\text{物体の回転曲線上}} = 0 \quad (3)$$

ここに S は物体の回転曲線を、 m はフーリエモードの数を示し、 $Z' = \partial/\partial S$, $r' = \partial/\partial S$ である。また、 f_m , G_m , ϕ_{Im} は、各々 f , G , Φ_I をフーリエ余弦展開したときのフーリエモード m のフーリエ係数である。

4) 波力の算定: 波力の水平成分 F_x 、波力の鉛直成分 F_z 並びに波力による任意鉛直位置 $(0, 0, z_0)$ まわりの転倒モーメント M_y は、物体表面の圧力 P により、それぞれ(4), (5), (6)式で与えられる。

$$F_x = - \iint_A P r z' \cos \theta d\theta ds \quad (4) \quad F_z = \iint_A P r r' d\theta ds \quad (5)$$

$$M_y = \iint_A P \{ r r' + (z - z_0) z' \} \cos \theta d\theta ds \quad (6)$$

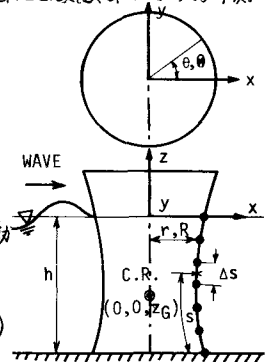


図-1 座標系

また、軸対称物体上の圧力 P の分布は左右対称であることから、 $P = \sum_{m=0}^{\infty} P_m \cos m\theta$ とフーリエ余弦展開でき、これを (4) ~ (6) 式に代入し、三角関数の直交性を利用すると、(4) ~ (6) 式は (7) ~ (9) 式のようにになる。

$$F_x = -\pi \int_S r z' P_1 ds \quad (7) \quad F_z = -\pi \int_S r z' P_0 ds \quad (8)$$

$$M_y = \pi \int_S r \{ r z' + (z - z_G) z' \} P_1 ds \quad (9)$$

これらの式より、波力の各成分は圧力 P の 0 次、1 次のフーリエモードの係数 P_0, P_1 のみで求まることになる。そして、これら P_0, P_1 は、(3) 式で $m=0, 1$ としたときの方程式より f_0, f_1 が求まれば、線形化した圧力方程式である (10) 式により算定できる。

$$P_m = \rho \omega \left\{ \phi_{1m} + \frac{1}{2} \int_S R f_m G_m ds \right\} \quad (10)$$

($m=0, 1$) (ここに $\omega = 2\pi/T$, T : 波の周期)

したがって、1次元積分方程式による波力算定法では、フーリエモード $m=0, 1$ の場合についてのみ (3) 式を解けばよく、 m の比較的大きな数まで解くのと等価な従来の 2次元積分方程式による方法に比較して大きな利点のあることがわかる。

3. 算定結果

本研究では上記の方程式を中央点近似法を用いて数値化して解いた。この際、図-1 に示すように物体の回転曲線を有限個の線素分に分割する必要があり、算定結果に及ぼす線素分の分割数の影響についてまず検討してみた。この一例を示すのが図-2 である。これは、解析結果の知られている直立円柱の水平波力 F_x について、解析解に比較しての数値算定結果の誤差 ε (%) と線素分への分割数 N との関係を D/L_0 (D : 円柱径, L_0 : 沖波長) をパラメータにして示すものである。この際に用いた水深の条件は、図-3 に示すように $h = D$ となっている。この図より、 ε は N の増大とともに減少し、 $N=10$ 付近で 1% 以下となり、 $\varepsilon-N$ 曲線も $N=10$ 付近以上ではゆるやかに減少する傾向を示していることがわかる。そして、計算時間、計算容量が N の 2 乗の比で増大することを考えると、実用的な分割数 N としては、ほぼ 10 程度を採用 (よいもの) と言えよう。このような検討結果に基づき、分割数 N として (ほぼ) 10 程度を用い、直立円柱、半球、半潜水円柱に作用する波力の算定を行なった。これらの結果を従来の MacCamy や Garrison の結果と比較して示すのが図-3 ~ 図-5 である。これらの比較から、本研究で用いた方法により各種の軸対称物体に作用する波力の算定が十分に行なえるものと言えよう。

最後に、本研究の手法は従来の 2次元積分方程式に基づく手法に比し、ほぼ 1/250 以下の計算容量・時間ですんだことを付記しておく。

本研究を実施するにあたり、当時愛媛大学 4 年生伊原吉彦君 (明和設計株式会社) に資料整理等々尽力のたまわった。ここに謝意を表する次第である。

1) 中村孝幸, "軸対称性をもつ任意形状の物体の応答計算式" 第 3 回 海洋開発シンポジウム資料

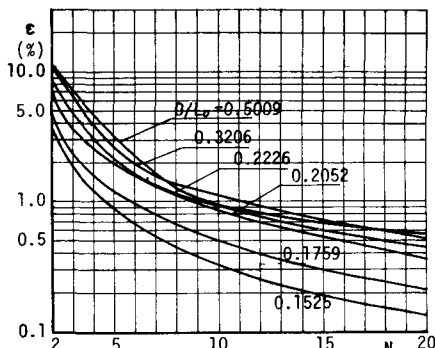


図-2 波力の算定誤差 ε と線素分数 N

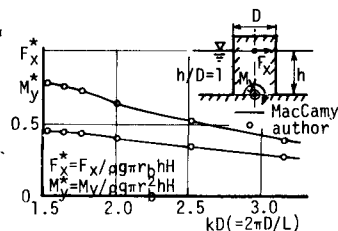


図-3 直立円柱への作用波力

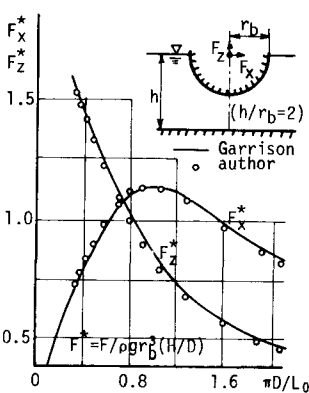


図-4 半球に作用する波力

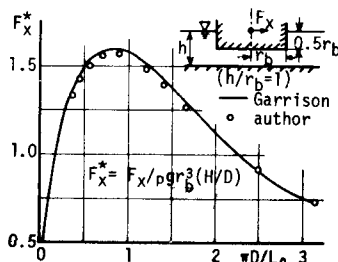


図-5 半潜水円柱に作用する波力