

非平衡状態における浮遊砂の濃度分布

島取大学 工学部 正員 道上正規
松江市役所 正員 O海賀 典

1. はじめに 河川を流送される浮遊砂に関して、従来より多くの研究がなされているが、流砂量の算定法、濃度分布の諸特性など十分に解明されていない問題を含んでいる。そこで本研究においては、非平衡時の浮遊砂の拡散方程式を差分法により解き、種々の計算条件のもとでの濃度分布特性を検討した。次に、非平衡状態から平衡状態に移行するのに必要な遷移距離を数値計算結果より算定した。

2. 基礎方程式と差分化 浮遊砂濃度の基礎式は、定常状態で2次元方向のみを考えることにすれば、次式のように書かれる。

$$U \frac{\partial C}{\partial X} = \frac{\partial}{\partial Z} \left(E \frac{\partial C}{\partial Z} \right) + w_0 \frac{\partial C}{\partial Z} \quad (1)$$

ここに、 X, Z は、それぞれ流下方向 鉛直方向の座標であり、 U は流下方向の流速、 w_0 は沈降速度、 E は拡散係数である。(1)式を無次元化すると(2)式のように書ける。

$$U \frac{\partial C}{\partial X} = D \frac{\partial^2 C}{\partial Z^2} + \left(W + \frac{\partial D}{\partial Z} \right) \frac{\partial C}{\partial Z} \quad (2)$$

ここに、 $U = U/U_*$ 、 $D = E/(U_*^2 R)$ 、 $W = w_0/U_*$ 、 $X = X/R$ 、 $Z = Z/R$ である。(2)式を図-1に示すようなImplicitな差分スキームにより、差分化して計算を行なった。このような差分式では、上流端、水面、河床面での境界条件を与えれば解を得ることがができる。本研究においては、上流端で、摩擦速度 U_* が急激に変化する場合を考え、上流端の境界条件としては、平衡状態の濃度分布を与えた。水面での境界条件は、(3)式で与えられる。

$$D(\partial C / \partial Z) + WC = 0 \quad (3)$$

(3)式の差分化を行ない、境界条件とするわけであるが、差分法として以下の2つの方法で計算を行なった。水面の上に仮想的な C_{R+1} を考え、 C_{R-1} 、 C_R 、 C_{R+1} の間に線型関係があるとした(4)式で、(3)式の左辺第2項の C を C_R と C_{R+1} の平均的なものとした境界条件(5)式を用いる。

$$D \frac{C_{R+1} - C_{R-1}}{2\Delta Z} + WC_R = 0 \quad (4), \quad D \frac{C_R - C_{R-1}}{\Delta Z} + W \frac{C_R + C_{R-1}}{2} = 0 \quad (5)$$

河床面での境界条件は、従来より提案されている河床堆砂量は河床へのフラックスと河床からのフラックスの差になるという(6)式、Kensens¹⁾が用いた、河床付近の濃度は、たかちにその水理量にかかる平衡状態の河床付近の濃度 C_b に遷移するという(7)式を用いて計算を行なった。

$$D(\partial C / \partial Z) = -WC_b \quad (6), \quad C_b = C_s \quad (7)$$

ここで、平衡状態の河床付近の濃度は、芦田・道上の式²⁾により算定された。また、流速 U は、対数分布、

$$U = U/U_* = U_m/U_* + 2.5 + 5.75 \log_{10} Z$$

により与えた。ここに、 U_m は平均流速である。

3. 計算結果及考察 計算の一例としては上流側での摩擦速度 U_{*0} と下流側での摩擦速度 U_* との比、 $U_m/U_* = 2.0$ 、砂粒子の沈降速度 w_0 と摩擦速度の比 $w_0/U_* = 0.5$ の結果を図示している。流速 U 、拡散係数 D が鉛直方向に一定の場合は解析解が得られるので、解析解との比較も行なっている。図-2は、 U, D を一定にした場

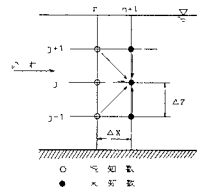


図-1

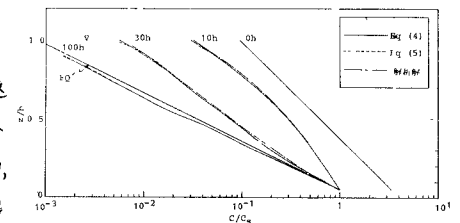


図-2

合に、水面での境界条件を、(4)式、(5)式とした場合と、解析解の計算結果である。図によれば、水面付近の濃度が(4)式と(5)式の違いによ、わずかに異なるものの、濃度分布全体には大きな差異はみられない。また、解析解と比較しても大きな差異はみられない。流速 U 、拡散係数 D に分布を与えた場合についても、差異は若干大きくなるものの流砂量には大きな影響はみられなかつた。

次に、河床面での境界条件を、(6)式および(7)式として計算した結果を図-3に示す。 U 、 D に分布をもたせ、 D については、Kerensens⁽¹⁾の用いた式を簡単にしたものを使っている。図によれば、境界条件として、(7)式を用いた場合には比較的良好な平衡状態の分布形に収束しているが、(6)式を用いた場合、平衡状態の分布形より、大きい値に収束していることがわかる。この原因については、十分に説明することができなかったため今後の検討が必要であろう。

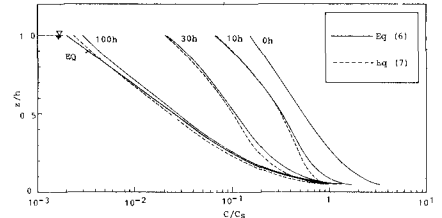


図-3

本研究のような差分式で計算を行なう場合に避けては通れないのが差分間隔の問題である。本研究では又方向の差分間隔 Δx について、0.05尺から20尺まで種々場合について計算を行なった。その結果、 Δx の違いによる濃度分布への影響は比較的小さいものの、 $\Delta x=20$ 尺程度になると、流砂量が、平衡状態へ遷移する過程においてわずかに振動しながら収束する様子がみられる、あまり大きな Δx を採用することは望ましくないことがわかった。また、又方向の差分間隔 Δz は、図-4に示すように、水深の4, 9, 18等分について計算を行なった。図によれば、差分間隔を小さくすれば、比較的良好な平衡状態の分布形に収束していることがわかるが、9等分と18等分では、大きな差異はみられず、計算時間の面から9等分程度の適量であると考えられる。

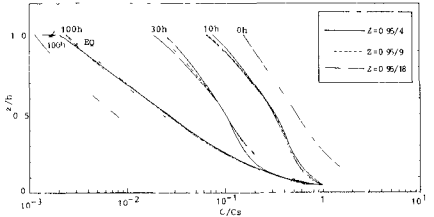


図-4

た。図によれば、差分間隔を小さくすれば、比較的良好な平衡状態の分布形に収束していることがわかるが、9等分と18等分では、大きな差異はみられず、計算時間の面から9等分程度の適量であると考えられる。

浮遊砂の濃度分布を計算する場合には、河床面での濃度を求めることはできず、ある基準高さ Z_a が必要である。本研究では、基準高さ Z_a についての検討も行なった。その結果、 Z_a が計算結果に与える影響は、 $Z_a < 0.05$ 尺の場合に大きく、 0.05 尺 $< Z_a < 0.1$ 尺程度ではあまり大きな影響はみられなかつた。したがって、 Z_a は、計算上、 0.05 尺 $< Z_a < 0.1$ 尺程度が適当であるという結果が得られた。

以上のような結果を得たつちに、非平衡状態から平衡状態に移行するのに必要な遷移距離を種々の w_b/U_* 、 U_{*b}/U_* について求めた。このような遷移距離は、実際の河川の浮遊砂による河床変動を計算するに際して、各測量断面で、簡便な平衡状態の浮遊砂量式を用いることができるかどうかを知らうえで有用であると考えられる。図-5は、河床面の境界条件として(6)式を、図-6は(7)式を用いて計算された結果であり、流速係数 $U_{*b}/U_* = 1/5$ の結果である。ここで、 $w_b/U_* < 1$ の場合、浮遊砂は流環、 $U_{*b}/U_* > 1$ の場合は堆積の状態にあるといえる。図5, 6を比較すると、 w_b/U_* が小さい場合には、前者の遷移距離は、非常に長くなっているが、 w_b/U_* が大きくなるにつれ、その差は小さくなり、とくに、 $w_b/U_* > 0.3 \sim 0.4$ では、その差は非常に小さい。しかし、双方の境界条件は、多くの問題を有しており、その有用性を判断することはできないので今後の検討が必要である。

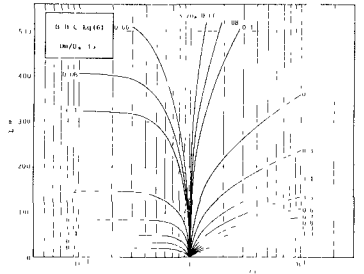


図-5

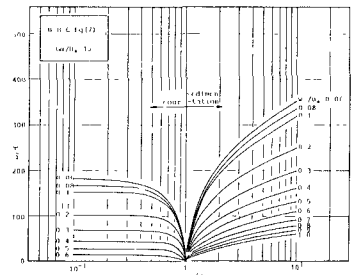


図-6

(参考文献) 1) P.J.M. Kerensens: Morphological computation for suspended sediment transport, D.H.L. research report, 1978 2) 芦田・道上: 浮遊砂に関する研究(1), 京大防災研究所年報第13号B, 1970