

ダム流量係数について

山口大学工学部 正 齋 藤 隆
西日本工業大学 正 〇 赤 司 信 義

堤頂を越流する流水の研究はダムの設計管理等に重要な指針を与えるものであって、特に流量係数の指定は洪水時の放流量の適正制御及び水資源の有効利用という面において重要であり、従来より多くの人々によって研究されてきた。又、今日ほとんどすべてのダムについてその水理性能を明らかにするため模型実験を行うことが一般化している。ダムの水理模型実験では力学的相似条件としてフルードの相似則が適用されることは周知の通りであるが、越流水頭が小さいとき、流線軌道を同心円とした二次元ポテンシャル運動の理論による解析値とは実験値が一致せず、相似則に疑問が持たれていた。しかし著者らの解析によれば速度欠損をもたす底面摩擦による境界層の発達を考慮することで模型実験結果を十分に説明することができ、実際の流れではほぼ上述の解析法で十分であることを示した。又、越流水頭が設計水頭より大きくなる時も、上述の同心円流れとした解析法ではやはり実験値を説明することができず、計算値が実験値を大きく上回る。これは、越流水頭が大きい時水面勾配も大きくなるが、水面勾配の大きい流れを同心円流れとして取り扱うことによるものである。石井・藤本はこうした水面勾配の効果を考慮して同心円流れとすることの修正法を示しているが、流量係数、水門形状、速度分布を一括して数値的に解析した例はみあたらない。

図1は越流水頭の大きい時の流れの概略を示したものである。底面に垂直な流線軸上(y軸上)では流線勾配が異なるため、遠心力作用方向は一定でなく、水表面に近づく程y軸との開きは大きくなる。今、y軸上の流線勾配を曲率半径をyの関数として $\tan \phi_y$, r_y で表わすと、y方向の運動方程式は次式となる。

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y} = \frac{V^2}{r_y} \cos \phi_y - g \cos \theta \quad \dots (1)$$

上式とベルヌーイの定理より圧力項を消去すると次式が導かれる。

$$\frac{V}{r_y} \cos \phi_y + \frac{\partial V}{\partial y} = 0 \quad \dots (2)$$

流線勾配 $\tan \phi_y$, 曲率半径 r_y の関数形を定めるため、Nakagawa 流れによる実験結果を導入する。(Nakagawa モデルによつて越流流れを検討することは若干の問題があるが、観察された水門形状が二次元模型実験結果とほとんど一致していることから、流線についても同様一致しているものと考える。) 曲率半径の分布: 二次曲線分布であつて、図2中に一点鎖線を示す。

$$\frac{r_y - r_b}{r_s - r_b} = 0.71 \left(\frac{y}{h} \right)^2 + 0.29 \left(\frac{y}{h} \right) \quad \dots (3)$$

流線勾配の分布: 直線分布

$$\tan \phi_y = \tan \phi_s \left(\frac{y}{h} \right) \quad \dots (4)$$

ここに、 r_b は底面曲率半径、 r_s は水表面曲率半径、 $\tan \phi_s$ は

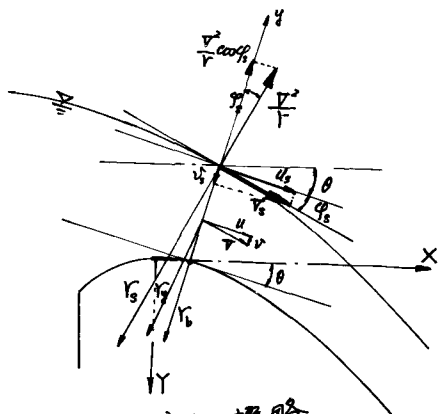


図-1 流れの概略

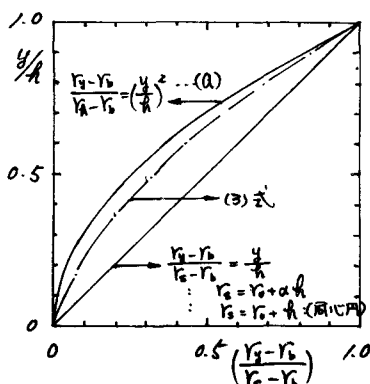


図-2 断面内曲率半径

水面勾配である。この(3), (4)式を(2)式に代入し、若干の計算の後、底面の接線方向の速度分布は次式と導かれる。

$$\frac{U}{V_s} = \frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2 \varphi_s \cdot \eta^2}} \cdot \exp\left(2 \frac{\eta}{E_0} \cdot C_1 \cdot \eta\right) \quad \eta = y/h, E_0 \text{は設計水深}$$

$$\eta_1 = \frac{C_2}{2A} \ln \left| \frac{A+B+\eta D}{A\eta^2+B\eta+D} \right| + \frac{2AC_3-C_2B}{C_2 \cdot A} \cdot \tan^{-1} \frac{2A \cdot C_2 \cdot (1-\eta)}{C_2^2 + (2A+B)(2A\eta+B)}$$

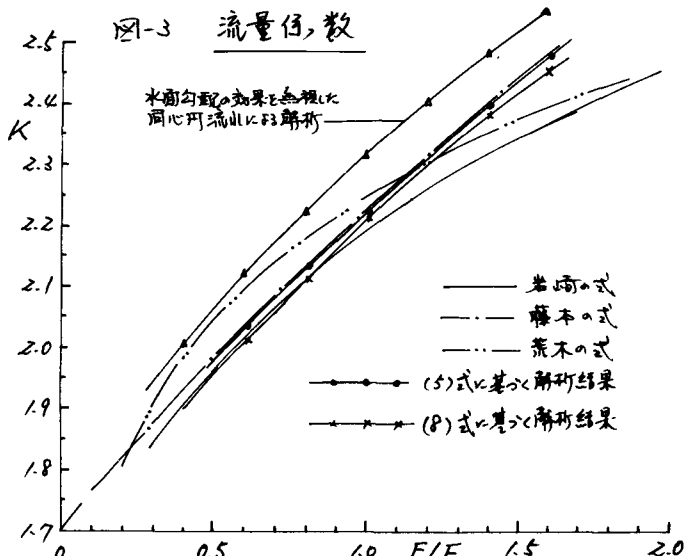
$$+ \frac{C_4}{2E_1} \ln \frac{2+E_1}{2+E_1\eta^2} + \frac{C_5}{\sqrt{2E_1}} \tan^{-1} \frac{\sqrt{2E_1} \cdot (1-\eta)}{2+E_1\eta} \quad \dots (5)$$

ここに、 $A = 0.71(V_s - V_b)/E_0$, $B = 0.29(V_s - V_b)/E_0$, $D = V_b/E_0$, $E_1 = \tan^2 \varphi_s$
 $C_1 = 1.0 / \{2B^2E_1 + (2A - DE_1)^2\}$, $C_2 = A \cdot B$, $C_3 = B^2E_1 + A \cdot (2A - DE_1)$
 $C_4 = -BE_1^2$, $C_5 = BE_1^2 - 2AE_1$, $C_6 = \sqrt{4AD - B^2}$

このとき流量は次式として求められる。 $\frac{Q}{\sqrt{2gE_0^3}} = \frac{V_s}{\sqrt{2gE_0}} \cdot \frac{h}{E_0} \cdot \int_0^1 \frac{U}{V_s} \cdot d\eta \quad \dots (6)$

$V_b, V_s, \tan \varphi_s$ が既知であれば、この流量関係式を用いて、任意断面の位置での流量、水面形状等と解析できるが、一般にダム頂上は二曲線の接合点で、曲率半径は不連続である。特に標準型形状の場合、ダム頂曲率半径は0と見、ダム頂上側曲率半径と著しく異なる。ダム頂の曲率半径を確定できない。このため越流流れと同心円流れと近似する従来の解析法にも適用することができない。底面近傍の流線は向うからの単一連続曲線と考えることから、ダム頂前面 $X/E_0 = -0.1$ ($V_b/E_0 = 0.5$)よりダム頂下流側 $X/E_0 = 0.2$ の区間において曲率半径 V_b の変化を、その区間の前後で滑らかに接続するように、三次曲線と近似する。又、 V_s と $\tan \varphi_s$ は三次曲線と近似した V_b と同心円流れとして従来の解析法に導入して求められる水面形状が、実験値にほぼ近いことから、その水面形状を三次曲線と近似して定

める。こうして定められた V_b と V_s , $\tan \varphi_s$ を流量関係式(5), (6)に代入して、解析を行、たものである。図3中に○印線で結果を示した。図中、荒木、藤本の推定式はランドルフ形状について、又岩崎の式はハロルド形状について検討した結果である。著者の解析結果はランドルフ形状について行、たものである。藤本の式と一致してゐる。又、図中の△印線は上述の底面曲率半径 V_b を使用して同心円流れとしたときの解析結果であって、水面勾配の結果を点線したることによって大きな値を示している。なお、上述の速度分布形は複接であるため図2中の(A)式で示す曲率半径の分布を仮定したときの速度分布を導いたものか次式であって、この速度分布による解析結果を図3中に×印線で示した。



$$\frac{U}{V_s} = \frac{1}{\sqrt{1 + C^2 \eta^2}} \exp \left[\frac{2 \cdot 4 E_0}{2b - AC^3} \cdot \left\{ \sqrt{\frac{b}{a}} \tan^{-1} \frac{\sqrt{ab} \cdot (1-\eta)}{a + b\eta} - \frac{C}{\sqrt{2}} \tan^{-1} \frac{\sqrt{2} \cdot C \cdot (1-\eta)}{2 + C^2 \eta} \right\} \right] \quad a = V_b/E_0 \quad \dots (7)$$

$$b = (V_s - V_b)/E_0, C = \tan \varphi_s$$

参考文献: 1. 56年6月, 中田口太郎等編: ハルボ-流れにおける地下越流ダム後付の流氷について

2. 55年6月, 全日大会等編: ダム上流の流氷の氷理特性について, 水工研究報告 16/31-1