

従動走行荷重を受ける梁の動的挙動について

山口大学 正員・會田 忠義
 学生員 小松 茂生
 川田工業 三浦 洋一

まえがき 一般の鉄道車両のバネ作用も含めて、走行にともなう軌道に及ぼす周期性外力は橋面に垂直に作用しながら移動する。これは橋のねじり回転にともなう、その作用方向がねじり回転に追従する成分をもつことが予想される。磁気浮上式鉄道(リニアモーターカー)においても同様である。従動走行荷重の梁に与える影響は荷重作用時のねじり角の大きさが問題である。これらの問題を、従動走行荷重を受ける梁に模型化し、単一および連行して従動走行荷重による挙動を調査したものである。

運動方程式 荷重の質量を考慮し、連行荷重作用時の運動方程式を示す。Fig. 3に示す荷重 g_y が梁のねじり角 θ によってのみ従動するとき、荷重 g_y の他に x 方向に $-g_y \theta$ の荷重が生ずる。このとき、運動方程式は次式となる。

$$\left. \begin{aligned} m(\ddot{u}_s + y_s \ddot{\theta}) + EI_{xx} u_s + g_y \theta - \bar{g}_x &= 0 \\ m(\ddot{v}_s - x_s \ddot{\theta}) + EI_{yy} v_s - g_y - \bar{g}_y &= 0 \\ \mu I_{ps} \ddot{\theta} + m(y_s \ddot{u}_s - x_s \ddot{v}_s) + EI_{\omega} \ddot{\theta} - GK \theta - g_y (e_x - x_s) \\ &\quad - g_y \theta (e_y - y_s) - \bar{m}_z + \bar{g}_x (e_y - y_s) - \bar{g}_y (e_x - x_s) = 0 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

ここで、 m : 梁の単位長さ質量、 μI_{ps} : 慣性モーメント、 EI_{xx} および EI_{yy} : 曲げ剛性、 EI_{ω} : 曲げねじり剛性、 GK : ねじり剛性、 g_y は走行速度 V 、荷重間隔 a の連行集中荷重 $P \cos \omega t$ (ω : 荷重振動数) を考えるとき (Fig. 2 参照)、

$$g_y = \begin{cases} P \cos \omega t \sum_{j=1}^n \delta(x - \xi(t, j)) & 0 \leq t < T_0 \\ P \cos \omega t \sum_{j=1}^n \delta(x - \xi(t, j)) & T_0 \leq t \leq T_p \end{cases} \quad (2)$$

式中、 δ : Dirac の δ 関数、 $T_0 = \{l - (n-1)a\}/V$ 、 $T_p = a/V$ 、 $\xi(t, j) = Vt + (j-1)a$ である。さらに、式(1)中、 $\bar{g}_x$ 、 $\bar{g}_y$ および $\bar{m}_z$ は荷重質量にともなう付加慣性力およびそれによるモーメントで、Fig. 2 および 3 を参照するとき、次式で表わされる。

$$\begin{aligned} \bar{g}_x &= \begin{cases} -m_0 \sum_{j=1}^n \{\ddot{u}_s - (e_y - y_s) \ddot{\theta}\} \delta(x - \xi(t, j)) & 0 \leq t < T_0 \\ -m_0 \sum_{j=1}^n \{\ddot{u}_s - (e_y - y_s) \ddot{\theta}\} \delta(x - \xi(t, j)) & T_0 \leq t \leq T_p \end{cases} \quad (3), \\ \bar{g}_y &= \begin{cases} -\sum_{j=1}^n [W + m_0 \{\ddot{v}_s + (e_x - x_s) \ddot{\theta}\}] \delta(x - \xi(t, j)) & 0 \leq t < T_0 \\ -\sum_{j=1}^n [W + m_0 \{\ddot{v}_s + (e_x - x_s) \ddot{\theta}\}] \delta(x - \xi(t, j)) & T_0 \leq t \leq T_p \end{cases} \quad (4), \\ \bar{m}_z &= \begin{cases} -J_0 \sum_{j=1}^n \ddot{\theta} \delta(x - \xi(t, j)) & 0 \leq t < T_0 \\ -J_0 \sum_{j=1}^n \ddot{\theta} \delta(x - \xi(t, j)) & T_0 \leq t \leq T_p \end{cases} \quad (5) \end{aligned}$$

上式中、 W : 集中荷重の重量、 $m_0 = W/g$ 、 J_0 : 荷重質量の慣性モーメント、また、式(1)中、 $(\cdot) = \partial/\partial t$ 、 $(\cdot)' = \partial/\partial x$ を表わす。

運動方程式(1)に近似解(6)を代入整理すると、式(7)となる。式(6)中、 P_R 、 Q_R および T_R は時間の未知関数、 u_{sR} 、 v_{sR} は梁の曲げ振動の R 次の固有関数、 θ_R はねじり振動の R 次の固有関数である。

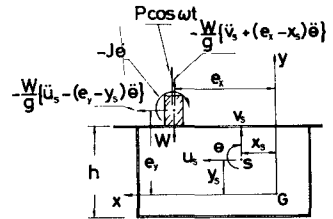
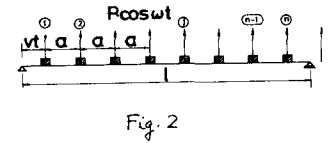
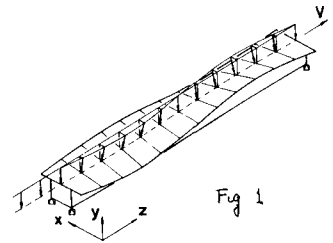


Fig. 3

$$\left. \begin{aligned} u_s &= \sum_{R=1}^N P_R(t) u_{sR}(x) \\ v_s &= \sum_{R=1}^N Q_R(t) v_{sR}(x) \\ \theta &= \sum_{R=1}^N T_R(t) \theta_R(x) \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

$$\ddot{P}_K + \frac{Zm_0}{l^2m} \sum_{i=1}^N \ddot{f}_{Ri}(t) \ddot{P}_i + y_s \ddot{z}_K - \frac{Zm_0(e_y - y_s)}{l^2m} \sum_{i=1}^N \ddot{f}_{Ri}(t) \ddot{z}_i + \omega_{uK}^2 P_K + \frac{ZP}{l^2m} \sum_{i=1}^N \ddot{f}_{Ri}(t) \ddot{z}_i = 0$$

$$\ddot{O}_K + \frac{Zm_0}{l^2m} \sum_{i=1}^N \ddot{f}_{Ri}(t) \ddot{O}_i - x_s \ddot{z}_K + \frac{Zm_0(e_x - x_s)}{l^2m} \sum_{i=1}^N \ddot{f}_{Ri}(t) \ddot{z}_i + \omega_{vK}^2 O_K + \frac{Z}{l^2m} (W \ddot{g}_K(t) - P \ddot{g}_K(t)) = 0$$

$$\begin{aligned} \frac{m_0}{l^2 p_s} \ddot{P}_K - \frac{Zm_0(e_y - y_s)}{l^2 p_s l} \sum_{i=1}^N \ddot{f}_{Ri}(t) \ddot{P}_i - \frac{m_0}{l^2 p_s} \ddot{O}_K + \frac{Zm_0(e_x - x_s)}{l^2 p_s l} \sum_{i=1}^N \ddot{f}_{Ri}(t) \ddot{O}_i + \ddot{z}_K + \frac{Z}{l^2 p_s l} \{ J_0 + m_0(e_y - y_s)^2 \\ + m_0(e_x - x_s)^2 \} \sum_{i=1}^N \ddot{f}_{Ri}(t) \ddot{z}_i + \omega_{BK}^2 \ddot{z}_K - \frac{ZP(e_y - y_s)}{l^2 p_s l} \sum_{i=1}^N \ddot{f}_{Ri}(t) \ddot{z}_i + \frac{Z(e_x - x_s)}{l^2 p_s l} (W \ddot{g}_K(t) - P \ddot{g}_K(t)) = 0 \end{aligned}$$

K=1, 2, \dots, N. (7)

式中, ω_{uK}, ω_{vK} は K 次の曲げ固有円振動数, ω_{BK} は K 次のねじり固有円振動数であり, $\ddot{f}_{Ri}$ および $\ddot{g}_{Ri}$ はそれぞれ, 次式で表わされ, $\ddot{f}_{Ri}$ および $\ddot{g}_{Ri}$ は式(8)中の $\cos \omega t$ を削除した値に相当する。

$$\ddot{f}_{Ri} = \begin{cases} \cos \omega t \int_{-l/2}^{l/2} \delta(z - \xi(\alpha, j)) U_{sK} U_{si} d\xi & 0 \leq t < T_0 \\ \cos \omega t \int_{-l/2}^{l/2} \delta(z - \xi(\alpha, j)) U_{sK} U_{si} d\xi & T_0 \leq t < T_p \end{cases} \quad \ddot{g}_{Ri} = \begin{cases} \cos \omega t \int_{-l/2}^{l/2} \delta(z - \xi(\alpha, j)) U_{sK} d\xi & 0 \leq t < T_0 \\ \cos \omega t \int_{-l/2}^{l/2} \delta(z - \xi(\alpha, j)) U_{sK} d\xi & T_0 \leq t < T_p \end{cases} \quad (8)$$

式(7)は 3N 元の連立微分方程式となることから, 次のようにマトリックス表示することができ。

$$(A + A_m(t)) \dot{\mathbf{z}} + (B + P \mathcal{C}(t)) \mathbf{z} + \mathbf{d} = \mathbf{0} \quad (9), \quad \mathbf{z} = \{P, P_K, O, O_K, z, \omega\}^T \quad (10)$$

ここに, A : 梁の復量行列, A_m : 荷重の復量行列, B : 対角線上に $\omega_{uK}^2, \omega_{vK}^2, \omega_{BK}^2$ を有する行列, $\mathcal{C}(t)$: 荷重の振動成分からなる行列, $\mathbf{d}$: 荷重項ベクトル。連行荷重の場合, A_m および $\mathcal{C}$ は周期 $T = 2\pi/\omega$ をもつ。

単一従動走行荷重による挙動 単一荷重の場合, 式(2), (3)および(4)はそれぞれ次式で表わされる。

$$\begin{aligned} \ddot{y} = \begin{cases} P \cos \omega t \delta(z - vt) & 0 \leq t < l/v \\ 0 & l/v \leq t < \infty \end{cases} \quad \ddot{x} = \begin{cases} -m_0(\ddot{u}_s - (e_y - y_s)\ddot{\theta}) \delta(z - vt) & 0 \leq t < l/v \\ 0 & l/v \leq t < \infty \end{cases} \\ \ddot{y} = \begin{cases} -[W + m_0\{ \ddot{u}_s + (e_x - x_s)\ddot{\theta} \} \delta(z - vt) & 0 \leq t < l/v \\ 0 & l/v \leq t < \infty \end{cases} \quad \ddot{m}_z = \begin{cases} -J_0 \ddot{\theta} \delta(z - vt) & 0 \leq t < l/v \\ 0 & l/v \leq t < \infty \end{cases} \end{aligned}$$

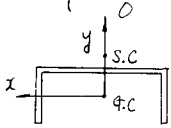


Fig. 4

Fig. 4 に示す断面で, 次の無次元諸量をもつ単純梁について, 静荷重によるねじり角 $\theta_{st} = ZP(e_x - x_s)/l^2 EI_0 (\frac{T}{l})^4 + GK (\frac{T}{l})^2$ の増加にともなう従動荷重の影響を Fig. 5 に示し, 荷重質量の影響を Fig. 6 に, 荷重作用位置の Fig. 7 に示した。

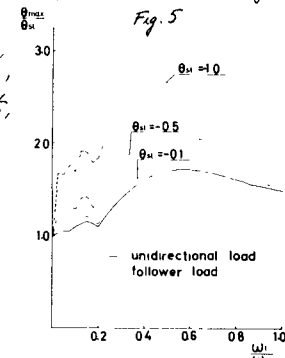


Fig. 5

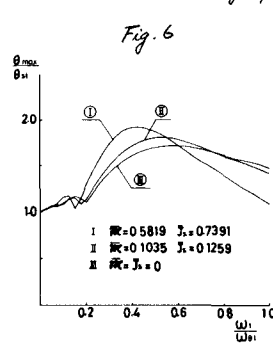


Fig. 6

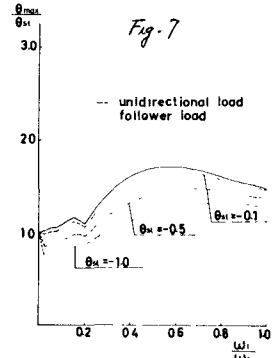


Fig. 7

$e_x/h = 1.0, e_y/h = 0.2956,$
 $y_s/h = 0.6857, h/l = 0.05,$
 $I_{yy}/I_{xx} = 0.2709,$
 $\omega_{01}/\omega_{u1} = 8.443 \times 10^{-6}$
 $AK^2/I_{ps} = 0.1020$

連行従動走行荷重による挙動 式(9)は $A_m(t)$ および $\mathcal{C}(t)$ が周期関数であることから, Hill 型の方程式に相当し, 不安定振動を起す解が存在する。上記の梁では, $P/[EI_0 (\frac{T}{l})^4 + GK (\frac{T}{l})^2] \div 25, \omega = 0, (2\pi\eta)/\omega_{u1} = 0.0589$ の場合, 不安定振動を生じ, Fig. 8 (荷重質量なし), Fig. 9 (荷重質量) に挙動を示す。

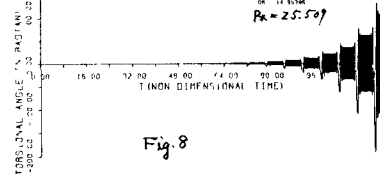


Fig. 8

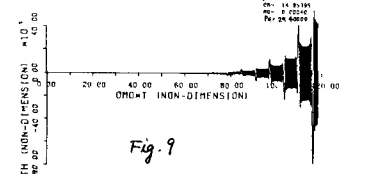


Fig. 9