離散化モデルの有する力学的特性に関する一考察

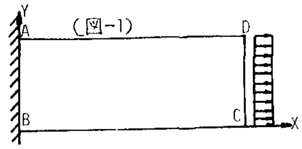
岡山大学工学部　正員　谷口健男　　岡山市　正員 ○赤木浩一　　岡山市　正員　尾藤博

１．まえがき

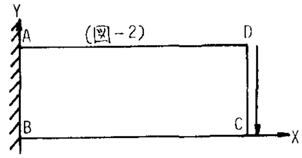
近年土木工学の分野で、有限要素法を用いた構造解析がしばしば行なわれるようになったが、応力変化の激しい箇所の分割、要素の配置等の諸問題が指摘されている。本研究においては、定歪要素と歪を一次元的に変化しうる要素[1]の２種類を用い、二次元弾性の例題を通して上述した問題点を解明するとともに、無限遠板の円孔周辺の応力集中部[2]における最適分割法を提案し、一般の応力集中問題を解析する場合の指標を示す。最後に分割モデルの位相幾何学構造について、グラフ理論を用いた評価と考察を加える。なお定歪要素による解析結果は文献3)を参照されたい。

２．数値実験

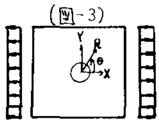
ヤング率２１０００kg/cm²、ポアソン比0.3、初期板厚1.0cm [例題1]一端固定板の引張り(図-1) $\overline{AB}$＝２００cm、$\overline{BC}$＝８００cm q＝１２５.0kg/cm² [例題2]一端固定板の曲げ、せん断(図-2) $\overline{AB}$＝２００cm、$\overline{BC}$＝６９２.82cm、q＝５０kg/cm² [例題3]一個の円孔を持つ無限遠板の引張り、円の半径４０cm、$\overline{OA}$＝$\overline{OD}$＝２００cm q＝５０kg/cm²(図-3,4) 本研究で用いる三角形要素は、各頂点と各辺の中点にそれぞれ節点を設け、６節点１２自由度とし、変位関数は次のようになる。$u=\alpha_1+\alpha_2 x+\alpha_3 y+\alpha_4 x^2+\alpha_5 xy+\alpha_6 y^2$、$v=\alpha_7+\alpha_8 x+\alpha_9 y+\alpha_{10} x^2+\alpha_{11} xy+\alpha_{12} y^2$



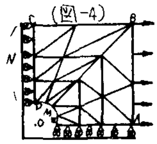
(図-1)



(図-2)



(図-3)

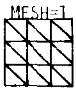


(図-4)

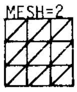
(表-1)

節点数	本研究の要素%(要素数)	節点数	定歪要素%(要素数)
15	-7.2 (4)	15	-57.9(12)
25	-5.8 (8)	27	-43.9(32)
35	-5.6 (12)	36	-32.8(48)
65	-2.6 (24)	65	-20.9(96)

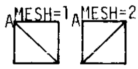
(図-5)

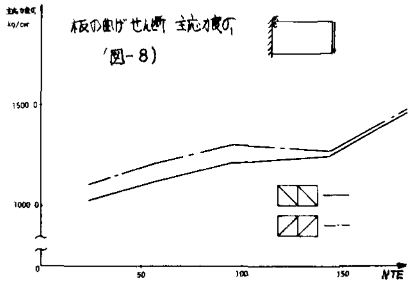


(図-6)

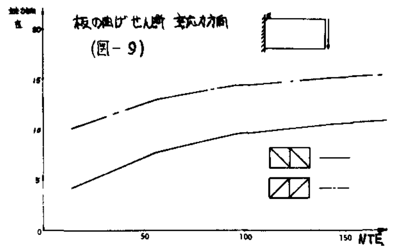


(図-7)





板の曲げ せん断　主応力度の (図-8)



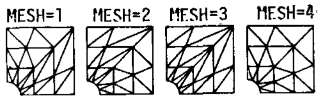
板の曲げ せん断　主応力方向 (図-9)

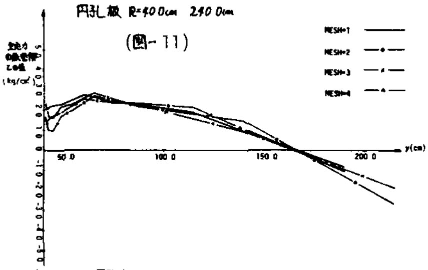
３．結果及び考察

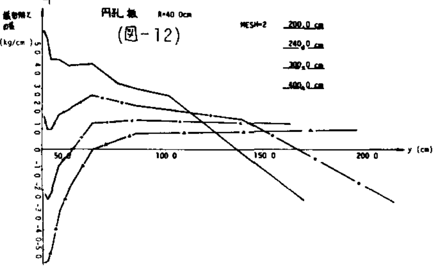
Ｘ軸方向分割数をN、Ｙ軸方向分割数をＭとする。[例題1]自由端のx軸方向変位は、離散化による方向性の影響は少なく厳密解への収束も速いので、要素数を多くしなくても十分よい解が求まる。次にy軸方向変位は、離散化モデルの特性により差を生じるが、Nを増やすことにより少なくなり、また定歪要素と比べるとかなり少ない。応力について、この要素は、固定端、自由端におけるみだれや、状態の急変に敏感なので、その影響が現われる。全体的にみて、離散化モデルの特性はまだ応力、変位に現われるが、定歪要素に比べるとかなり少なくなる。[例題2]変位として自由端Ｃのy軸方向変位を調べたが、変位が曲線状になるものに対しては、よい値が求まり、要素数４０程度ですでに厳密解との差は2.5％以下で、定歪要素と比べて、節点数が同じ場合でもはるかに厳密解との差が少ない(表-1)(図-5,6)。応力については、固定端Ａ点の主応力値をＭＥＳＨ＝1,2について調べると、ＭＥＳＨ＝２の方が１０％大きく、また主応力方向は5度程度大きくなる。(図-8,9) これは(図-7)よりＡ点の応力値にＭＥＳＨ＝１では２つの要素、ＭＥＳＨ＝２では１つの要素が関係している違いによりＭＥＳＨ＝２の方が堅いモデルとなっているので、値が大きくなると考えられる。従って上の性質を考慮して、最良分割法は応力の集中するところには要素を多くおき、他の場所は粗くてもよい。縦横の分割に対して最低２は必要で

ある。この分割法を[例題3]に適用してみると、まず板幅を5倍とし、離散化メッシュパターンを同じにし分割法を変えてみると、同じ要素数でも応力集中部に要素を多く置く分割の方が全体的に、また各要素についてよい値が求まりまた偏平率の大きい要素でもよい値が求まる。そして有限板を扱う影響により境界に近づくにつれて、主応力は厳密解より10%以上小さくなり、反対に円孔に近づくにつれて大きくなり、その差の最大は主応力厳密解曲線の最大曲率部で5%以上となる。一般に要素数、分割方法を変えても求まる値に差は少ないが、この傾向は変わらない。従ってこれは分割方法より離散化モデル自体の特性によるものと考えられるので、まず荷重を等分布状態に近いモデルとするためにθ方向の分割数Mを増やすと、境界及び荷重載荷部の要素を多くする結果となり、これらが影響を受け厳密解より小さい値をとると全体的な釣り合いを保つために応力集中部の要素の値が大きくなる。次に離散メッシュパターンを変えてみても[例題1,2]の結果と同じく差は少なく、応力集中部で1.0%以下である(図-10,11)。次に板幅を大きくすると、境界部の主応力は厳密解より大きくなり逆に応力集中部では小さい値をとるが、長くするにつれて境界部の要素が大きくなり、その剛性が高まることにより境界部に固定条件が入ったモデルに近なるので応力集中部で応力の立ち上がりが少なくなる。板幅が半径の7.5倍程度にしたときが全体的に厳密解との差は3.0%以下である(図-12)。ここで、離散系の位相構造からみた評価を行なう。連続体の離散化による解析モデルの設定においては、特に応力集中部分において、離散点間の位相構造も重要な問題であり、力学的伝達経路の多様化が必要である。離散系での力の伝達は、その剛性行列の中の非零要素の示す節点間を通じて行なわれる。ここでは、伝達経路の評価手段として、グラフ理論によるトリーグラフ[4]を用いる。一つのトリーは、全節点を含みかつ閉路を持たないものであり、すべての節点から境界へ通じる経路がただ一つ存在するグラフである。従って、総トリー数(G.T.)を求めることにより、系の総伝達経路数を評価することができ、またG.T.の特性を調べることにより、モデル設定に対する提言が可能と考えられる。G.T.は、グラフ理論により、節点間の接続状況を示すnode-node incidence行列の行列式として求められる。多くの数値実験により、G.T.を増加させる要因を調べると次のことが明らかとなった。それらは、力学的伝達経路の多様化の指針と考えられる。1)節点の次数を一様化する。そのためには一定のパターンとし、コーナーの次数を3以上にすることが望ましい。2)縦と横の切り方を等しく、またはバランスのとれたものとする。応力集中部分も、これらを満たしそれを縮めたものを用いればよい。[例題3]にトリーを適用すると、図-10のMESH=1,2では$G.T.=2.845\times10^6$、MESH=3,4では$G.T.=2.822\times10^6$で、前者の方がやや大きいがその差は小さく、また上では高級要素を用いているため、切り方による影響はほとんど見られない。伝達経路の多様化は、定歪要素で系の複雑な場合に対して特に注意を払う必要があると考えられる。

(図-10)







4. あとがき

本研究で用いた要素は、定歪要素に比べて特に変形が曲線状になるものや、応力集中部でよい結果が得られ、かつ離散化モデル自体の特性も少なくなるので分割方法は簡単になるが、みだれや状態の急変に敏感に反応し、他の要素にまで影響を及ぼすので、境界条件、荷重載荷などをどのようにするかが問題となる。

参考文献 1)三好俊郎 著「有限要素法入門」培風館, 2)西田正孝 著「応力集中」森北出版, 3)山田亜和 卒業論文「マトリックス法における構造解析モデルに関する基礎的研究」, 4)服部嘉雄, 小沢孝夫 共著「グラフ理論解説」