ローリーモデルの収束過程について

福山大学　正員　　近　藤　勝　直

周知のように、ローリーモデルはFig．1に示すように、Basic Employmentの配置量を与件として、以降の収束過程に連動され、そのプロセスが均衡したところでモデル計算が終了する仕組みである。したがつてBasic Employment配置時点を0とし、均衡時を収束回数kで表わすとき、モデルにおけるk回の収束計算に対応する、現実の“均衡時間”がもし判れば、現実との対応がつくことになるが、それでも実際には、Bacic 雇用量も毎年変化しているので、問題は一層複雑である。というのは、このモデルを実績データで検証するとき、実績データの時制と計算値の時制を、いかなる根拠でどのように一致させるのかということが、本来は非常に注意深く検討されなければならない。しかし、ローリーのオリジナルなモデルにおいては、この均衡は瞬時に達成されると仮定されている。しかしこの仮定は現実からはかい離しているのであるから、この仮定をゆるめた何らかの改良が考えられないであろうか。この収束過程に“時間”を導入することは本質的に困難であろう。そこで本稿では、改良の参考のために次の２つの事項について検討してみたい。まず次節では収束過程と配分量について、次々節では収束回数について考察を加えてみる。

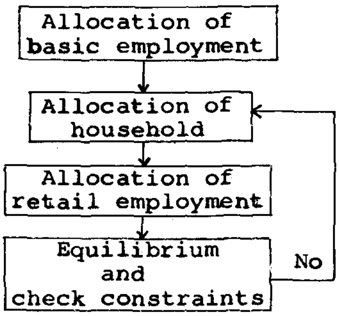

Fig. 1 : Causal Structure of the Lowry Model

１．収束過程と派生雇用量について　：　ローリーのオリジナルなモデルではBasic Employment (EB) よりRetail Employment (ER) を派生させて従業者数を算定する際、常に総従業者数という形での取扱いがなされてきたのに対し、一方、増分派生雇用量だけを漸次配置させてゆくという方法もありうる。これら両法のちがいをFig. 2 (a),(b)に示す。ところが、ポテンシャル式（世帯配置式やRetail Employment配置式）としていかなる形を想定するにせよ、実績値を均衡値（又は収束値）とみなして、それとモデル値（計算値）とを適合させる方法によつてしか形を特定化できない以上、そうして特定化した式は、本来かなり収束値近傍の、いいかえれば、かなりハイ・オーダーの雇用量に対しフイットするように求められたものである。したがつてロー・オーダーの値に対してこれを用いると当然かい離が大きくなるということである。その意味では一括配分の方がかい離が少ないものと想

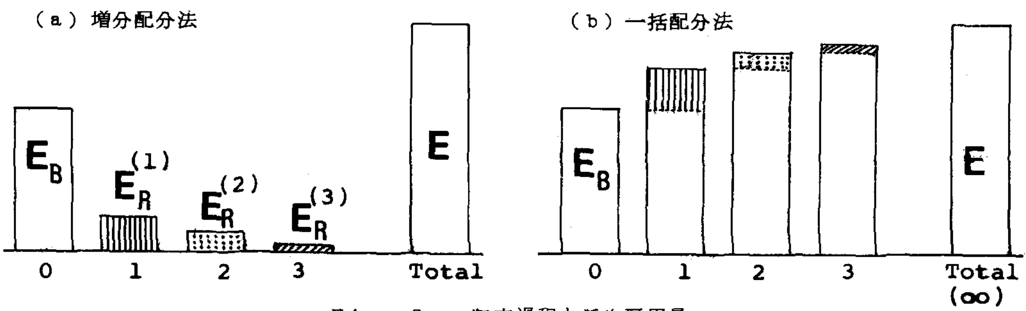

Fig. 2　収束過程と派生雇用量

定される。 他方、増分配分法の方はその考え方に合理性はあるものの、反復計算の過程でかい離を生じることは避けられない。 増分配分法については、収束計算のどのステップにおいてもかい離を生じないような方法たとえば、全ステップ共通のポテンシャル関数、またはステップの進行につれて配置量の規模が小さくなつてゆくのであるから、その進行度に応じて規模の効果を減殺できるような方法のポテンシャル関数が決定できれば好ましいであろう。

2．収束プロセスと収束回数 ： ローリーモデルはまず地域でのBasic Employment (E_B) を与件とし、その世帯が空間的に配置され、それに応じてRetail Employment (E_R) が派生するというサイクリックな因果構造を有している。したがつて、ゾーン別の配置量を捨象すれば、全域での雇用量、世帯数は前もつて計算することができる。 いま収束計算のステップ数を l で表わ丶と、第 l ステップ目までの総従業者数、総世帯数、Retail Sector 第 k グループ総従業者数などは次のように書くことができる。

$$E(l)=E_R(l)+E_B \quad , \qquad N(l+1)=f\cdot E(l)$$

$$E_R(l+1)=e\cdot N(l+1) \quad , \qquad E_R^k=e^k\cdot N(l+1)$$

ここに f は扶養率（ $f=N/E$ ），e^k は雇用率（ $e^k=E_R^k/N$ ）， $e=\sum e^k$ である。 上記4式を級数として取扱えば

$$E(l)=E_B(1+ef+e^2f^2+\cdots\cdots+e^lf^l)=E_B\frac{1-e^lf^l}{1-ef},$$

以下同様にして $N(l)=E_B\frac{1-e^lf^l}{1-ef}f$ ， $E_R^k(l)=E_B\frac{1-e^lf^l}{1-ef}fe^k$.

ここで定義により $ef<1$ （$\because\ ef=(\sum e^k)\cdot f=\frac{E_R}{N}\cdot\frac{N}{E}=\frac{E_R}{E}=\frac{E-E_B}{E}<1$ ） であるから、上記3式は $l\to\infty$ で収束し、次のように総従業者数等が求められる。

$$E=\frac{E_B}{1-ef} \quad , \quad N=\frac{E_Bf}{1-ef} \quad , \quad E_R^k=\frac{E_Bfe^k}{1-ef}.$$

ところで実際の計算では、適当なところで収束判定を行つて計算を打切る必要があるが、では一体どれくらい収束回数をくり返せばよいであろうか。 収束判定は種々の基準でなし得るが、ここでは、均衡値に対する計算値の相対誤差が一定の基準より下まわれば収束したと判定する方法について考えてみよう。

$$\Delta E^q(l)=E^q-E(l)=\frac{E_Be^lf^l}{1-ef}$$

$$\frac{\Delta E^q(l)}{E^q}=e^lf^l\leqq \varepsilon r$$

E^q ：均衡値（E）
$\Delta E^q(l)$：第 l ステップ累積値と E^q とのかい離分
εr ：相対誤差判定基準

したがつて対数をとつて

$$l\geqq \log\varepsilon r/\log ef.$$

この l 値を阪神地区のデータで試算してみると、 $ef=\frac{E-E_B}{E}=\frac{1,709,978}{5,040,100}=0.33927$ であるから

$\varepsilon r=1/1,000$ で $l\geqq 7$ ，$\varepsilon r=1/100,000$ で $l\geqq 11$ と計算される。したがつて、10回ほど計算すれば実質的には収束したとみなしてよいことになる。 これは有益な情報で、Retail Sector への派及効果が、10回ほどの繰返しで終えんすることを意味している。

参考文献 米谷栄二・近藤勝直 "ローリーモデルの諸改良" 福山大学工学部紀要 No. 2，1980