

圧密の弾塑性数値解析に関する一定式化

徳島大学工学部 正 山上 拓男
 阿南工業高等専門学校 正 ○植田 康宏

1. まえがき

著者らは圧密現象を構成する2本の柱, すなわち間隙水圧の消散過程と粘土骨格の変形性状をそれぞれ独立に解析し, その間を透過力が受け渡す点に最大の特徴を有する新しい解析法を提案した¹⁾。そして幾つかの解析例を通じて厳密解, 他の数値解法と比較検討した結果提案した解法の妥当性が示された²⁾。しかし, その解法は粘土骨格を線形弾性体としたものであった。そこで本報告ではより実際の土の挙動を解析するため粘土骨格に対し弾塑性構成則を用いた定式化を試みるものである。

2. 応力-変形解析

粘土骨格の応力-ひずみ関係の非線形性を考慮するため著者らは Roscoe うのいわゆる Cambridge original theory と等価な太田の弾塑性構成式を用いた。

太田は飽和土の体積変化を圧縮による成分とダイレイタンシーによるものの2つに分けて考えた。まず, 圧縮による間隙比の変化は

$$de_c = -\lambda \frac{d\sigma'_m}{\sigma'_m} \quad (\text{弾塑性状態}) \quad - (1) \quad de_c^E = -k \frac{d\sigma'_m}{\sigma'_m} \quad (\text{弾性状態}) \quad - (2)$$

ここで λ は正規圧密曲線の傾き, k は過圧密曲線の傾きを示す。

次にダイレイタンシーによる間隙比の変化は

$$de_d = \mp (1+e_0) \mu \left(\frac{\tau_{oct}}{\sigma'_m} - \frac{\tau_{oct}}{\sigma'_m} \frac{d\sigma'_m}{\sigma'_m} \right) \quad (\text{弾塑性状態}) \quad - (3) \quad de_d^E = 0 \quad (\text{弾性状態}) \quad - (4)$$

ここに μ はダイレイタンシー特性を表わす定数。応力比 $\frac{\tau_{oct}}{\sigma'_m} = k_0$ で異方圧密された試料では, ダイレイタンシーによる体積変化は載荷後の応力比が k_0 より大きくなる(主働状態)か小さくなる(受働状態)かで符号が異なり, 式(3)のように, 以下式中の複号は上側が主働状態, 下側が受働状態を示すものとする。

太田は圧縮による体積変化とダイレイタンシーによるそれがお互いに独立であるとの仮定のもとに両者の微小成分の和をとることにより, 次式で示される状態曲面の式を導びいた。

$$e = e_0 - \lambda \ln \frac{\sigma'_m}{\sigma'_{m0}} \mp (1+e_0) \mu \left(\frac{\tau_{oct}}{\sigma'_m} - k_0 \right) \quad (\text{弾塑性状態}) \quad - (5)$$

$$e = e_0 - k \ln \frac{\sigma'_m}{\sigma'_{m0}} \quad (\text{弾性状態}) \quad - (6)$$

ここに σ'_{m0}, e_0 は積分定数

$(e, \sigma'_m, \tau_{oct})$ 空間で式(5), (6)で表わされる曲面の交線を (σ'_m, τ_{oct}) 面に投影した曲線が降伏条件となり, 次式でその降伏関数が与えられる。

$$f = \pm \left(\frac{\tau_{oct}}{\sigma'_m} - k_0 \right) + \frac{\lambda - k}{(1+e_0)\mu} \ln \frac{\sigma'_m}{\sigma'_{m0}} = 0 \quad - (7)$$

ここに σ'_{m0} は目下の平均主応力 σ'_m と間隙比 e に対する降伏位置を示す応力。

Fig.1 に式(5), (6)で表わされる状態曲面を図示する。

さて, 式(7)で定められる降伏関数, associated flow rule, normality rule, そして定数 k とボアソン比 ν から定められる非線形弾性応力-ひずみ関係を用いて弾塑性応力-ひずみ関係が最終的に次式のように得られる。

$$\{d\epsilon\} = [D^{ep}] \{d\epsilon\} \quad - (8)$$

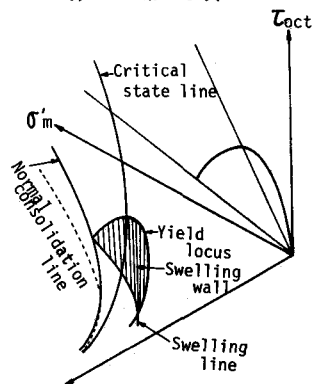


Fig.1 異方圧密粘土の状態曲面

$$\text{ここに, } [D^{ep}] = [D^e] - \frac{[D^e] \left\{ \frac{\partial f}{\partial \sigma} \right\} \left\{ \frac{\partial f}{\partial \sigma} \right\}^T [D^e]}{\left\{ \frac{\partial f}{\partial \sigma} \right\}^T [D^e] \left\{ \frac{\partial f}{\partial \sigma} \right\} - \frac{\partial f}{\partial p} \left\{ \frac{\partial p}{\partial \sigma} \right\} \left\{ \frac{\partial f}{\partial \sigma} \right\}} \quad (9)$$

$[D^e]$: 非線形弾性応力-ひずみマトリックス, p : 硬化パラメーター (今の場合 σ_{ny})

結晶粘土骨格の応力-変形解析は目下の要素が弾性状態にあるか, 弾塑性状態にあるかを判定して, どちらかの応力-ひずみ関係を用いて行なえばよい。

3. 非定常浸透解析

間隙水圧の消散過程, つまり非定常浸透を支配する基礎式(2次元)は次式で表わされる。

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(k_x \frac{\partial H}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k_y \frac{\partial H}{\partial y} \right) = - \frac{\partial \varepsilon_v}{\partial t} \quad (10)$$

(ε_v は骨格の体積ひずみで圧縮を正)

また, 弾塑性状態にある土の体積ひずみ増分と弾性状態にある土とはそれぞれ式(1), (3)と式(2), (4)を用いて,

$$\frac{\partial \varepsilon_v}{\partial t} = \frac{(1+e_0)\mu}{1+e_i} \left[\left\{ \frac{\lambda}{(1+e_0)\mu} \mp \frac{\partial \sigma_m}{\partial \sigma_m} \right\} \frac{1}{\sigma_m} \frac{\partial \sigma_m}{\partial t} \pm \frac{1}{\sigma_m} \frac{\partial \tau_{act}}{\partial t} \right] \quad (\text{弾塑性状態}) - (11) \quad \frac{\partial \varepsilon_v}{\partial t} = \frac{k}{1+e_i} \frac{1}{\sigma_m} \frac{\partial \sigma_m}{\partial t} \quad (\text{弾性状態}) - (12)$$

ここに, e_i は初期間隙比

と表わされる。

式(10)を解く場合, 目下の要素が弾塑性状態か弾性状態かで右辺を式(11)もしくは式(12)で置きかえるわけであるが, いずれの場合も最終的には次式で示される形になる。

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(k_x \frac{\partial H}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k_y \frac{\partial H}{\partial y} \right) = C \frac{\partial H}{\partial t} - Q \quad (13)$$

式(13)は線形弾性解析の場合と同じ形である。

ただし, 弾塑性状態では

$$C = \frac{(1+e_0)\mu}{1+e_i} \frac{1}{\sigma_m} \left\{ \frac{\lambda}{(1+e_0)\mu} \mp \frac{\partial \sigma_m}{\partial \sigma_m} \right\}, \quad Q = C \frac{\partial \sigma_m}{\partial t} \pm \frac{(1+e_0)\mu}{1+e_i} \frac{1}{\sigma_m} \frac{\partial \tau_{act}}{\partial t}$$

弾性状態では

$$C = \frac{k}{1+e_i} \frac{1}{\sigma_m}, \quad Q = C \frac{\partial \sigma_m}{\partial t}$$

4. 解析例

本報告で提案した定式化をもとに作製したプログラムを片面排水の一次元問題に適用した結果を示す。Fig.2に解析断面, 要素分割を, Table 1に物性値を示す。ただし地盤は K_0 圧密が終了した状態にあり, 初期間隙水圧分布は一様で 5 t/m^2 である。解析結果として Fig.3に等時曲線を, Fig.4に地表面の沈下性状を示す。

5. あとがき

本報告では, 若者らが提案した圧密現象の解法に土の弾塑性構成則を導入した定式化を行った。解析の式は弾性解析の場合となんら変わるところはなくそのプログラムを多少修正するだけで利用できる。解析例として一次元問題を解いたわけであるが, この解法の威力が発揮されるのは多次元圧密場においてであり, 今後非排水状態の解析と関連して, この方面の解析を行なう予定である。

参考文献 1) 山上, 植田: 有限要素法による圧密現象の一解法,

第13回土質工学会, 1978. 2) 山上, 植田: 有限要素法による圧密現象の一解法(第3報), 第14回土質工学会, 1979. 3) 太田: Analysis of Deformation of Soils Based on the Theory of Plasticity and its Application to Settlement of Embankment, 京大学位論文, 1971.

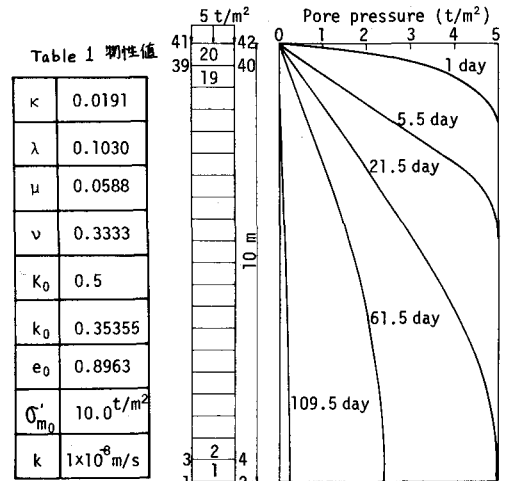


Fig.2 要素分割

Fig.3 等時曲線

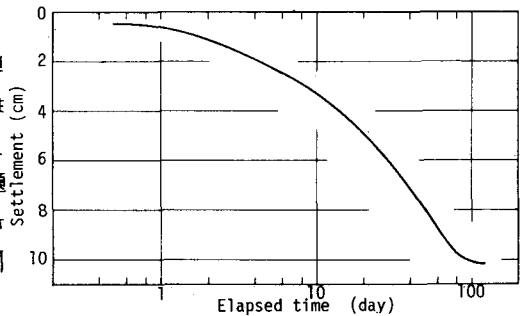


Fig.4 時間沈下曲線