

不規則波の波力に関する研究

鳥取大学工学部 正員 木村 晃
下関市役所 正員 上野 晃

1. はじめに 近年、海中構造物の計画設計においては、代表波の波力だけでなく、不規則な波力全体の確率分布を知った上で、構造物の設計をする必要があると考えられるようになってきた。不規則波力に関する従来の研究としては、Borgman, および Bretschneiderらの研究があるが、いずれも狭帯域スペクトルの仮定を置けており、周期の確率特性は考慮されていない。この研究は、不規則波の波高・周期の結合確率分布として、2次元Weibull分布を用いて、周期の不規則性をも考慮した、より一般的な波力の確率分布について検討を行ったものである。

2. 最大波力 本研究では、波力はMorison式で、zero-up cross法で区別した個々の波の内部機構は、微小振幅波理論で与えられるとして議論を進める。また、波力は一周期の間の最大値を取り扱う。さらに、得られた確率分布に普遍性をもたせるため、水深 h 、円柱の径 D 、をも取り込んだ無次元変数 $\zeta = H/D$ あるいは、波長水深比 $\xi = L/h$ を用いると、無次元波力式が以下のように導かれる。

$$\alpha F_H = \begin{cases} (\beta \zeta)^2 + 0.25 & (1-a) \\ \beta \zeta & (1-b) \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{ただし、} F_H \text{は一周期の間の最大波力を} \omega D^2 \text{で割、} \\ \text{て正規化したものである。式(1-a)は、抗力と慣} \\ \text{性力がバランスする領域に対応する式であり、式} \\ \text{(1-b)は、慣性力が卓越する領域での式である。式中のパラメーター} \alpha, \beta \text{は、それぞれ次式で与えられる。} \end{array}$$

$$\alpha = \frac{2C_d \left(\frac{4\pi}{\xi} + \sinh \frac{4\pi}{\xi} \right)}{C_m^2 \pi^2 \sinh^2 \frac{2\pi}{\xi} \tanh \frac{2\pi}{\xi}} \quad \beta = \frac{C_d \left(\frac{4\pi}{\xi} + \sinh \frac{4\pi}{\xi} \right)}{4C_m \pi \sinh^2 \frac{2\pi}{\xi}} \quad (2)$$

上式において、抗力係数 C_d を1.0、質量係数 C_m を2.0と、一定にした場合の、 ζ - ξ 平面に等最大波力線を描いたのが図-1である。

3. 波力の確率分布 本研究では、波高・周期の結合分布にして、2次元Weibull分布を用いる。

$$\rho(h, t) dh dt = \frac{n}{2A} h t^{n-1} \cdot \exp \left\{ -\frac{1}{2A} (\phi h^2 + \frac{2t^n}{\pi}) \right\} \cdot I_0 \left(\frac{h t^{\frac{n}{2}}}{A} \rho \right) dh dt \quad (3)$$

$$\text{ここに、} \phi = \frac{1}{2} \left[\Gamma \left(\frac{1+n}{n} \right) \right]^{-n}, \quad A = \frac{2\phi}{\pi} - \rho^2$$

であり、 I_0 は、第1種ベッセル関数である。また、 h , t は、波高、および周期をそれぞれの平均値で割って正規化したもの、 n は、周期の確率分布の形状指数、 ρ は、 h と t の相関に関するパラメーターである。

$$\text{ここで} \quad h = \frac{\zeta}{\xi} \quad t = \left(\frac{\xi \tanh 2\pi / \xi}{\xi \tanh 2\pi / \xi} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (4)$$

なる関係を用いて、式(3)を書きなおすと、 ζ ・ ξ に関する2次元分布に変換することができる。ただし、 $\bar{\xi}$ ・ $\bar{\zeta}$ は、それぞれ ξ と ζ の平均値である。

$$\begin{aligned} \rho(\zeta, \xi) d\zeta d\xi &= \frac{n}{2A} \frac{\zeta}{\bar{\xi}} \left(\frac{\xi \tanh 2\pi / \bar{\xi}}{\bar{\xi} \tanh 2\pi / \bar{\xi}} \right)^{\frac{n-1}{2}} \cdot \exp \left\{ -\frac{1}{2A} \left(\phi \left(\frac{\zeta}{\bar{\xi}} \right)^2 + \frac{2}{\pi} \left(\frac{\xi \tanh 2\pi / \bar{\xi}}{\bar{\xi} \tanh 2\pi / \bar{\xi}} \right)^{\frac{n}{2}} \right) \right\} \\ &\cdot I_0 \left\{ \frac{1}{A} \left(\frac{\zeta}{\bar{\xi}} \right) \left(\frac{\xi \tanh 2\pi / \bar{\xi}}{\bar{\xi} \tanh 2\pi / \bar{\xi}} \right)^{\frac{n}{4}} \rho \right\} \cdot \frac{1}{2} \bar{\xi}^{-1} \left\{ \left(\tanh 2\pi / \bar{\xi} \right) / \left(\tanh 2\pi / \bar{\xi} \right) \right\}^{\frac{1}{2}} \\ &\cdot \left(\bar{\xi} \bar{\zeta} \right)^{-\frac{1}{2}} \left\{ 1 + \pi \bar{\xi}^{-1} (\sinh 4\pi / \bar{\xi}) \right\} d\zeta d\xi \quad (5) \end{aligned}$$

図-1に示した、等波力種 f_1 と f_2 で囲まれた領域 S に入る波力の頻度は、式(5)を用いて、次式のようにして求めることができる。すなわち、

$$P(f_1 \leq F_H \leq f_2) = \int_S P(\xi, \bar{\xi}) d\xi d\bar{\xi} \quad (6)$$

しかし、式(6)を解析的に解くことは、困難であるので、ここでは数値的に求めた。ただ、すべての波を深海波あるいは長波と仮定することができる場合には、解析的な表現が可能であり、その場合、次式のようになる。

(i) 深海波の場合：

$$P(f)df = \begin{cases} \frac{4\pi \bar{F}_H}{C_d \bar{\xi}^2} \cdot \exp\left[-\frac{\pi}{4} \left\{ \frac{16\bar{F}_H}{C_d \bar{\xi}^2} f - \left(\frac{C_m \pi}{C_d \bar{\xi}}\right)^2 \right\}^2\right] df & f \geq \frac{C_m^2 \pi^2}{8 C_d \bar{F}_H} \\ \frac{\pi}{2} \left(\frac{8\bar{F}_H}{C_m \pi \bar{\xi}}\right)^2 f \exp\left[-\frac{\pi}{4} \left(\frac{8\bar{F}_H}{C_m \pi \bar{\xi}}\right)^2 f^2\right] df & 0 \leq f \leq \frac{C_m^2 \pi^2}{8 C_d \bar{F}_H} \end{cases} \quad (7-a)$$

(7-b)

ただし、 $f = F_H / \bar{F}_H$ であり、 $\bar{F}_H$ は、 $\bar{\xi}$ 、 $\bar{\xi}$ に対する波力の最大値を w^2 で割って、正規化したものである。

(ii) 長波の場合：

$$P(f)df = \frac{\pi}{4} \cdot \exp\left[-\frac{\pi}{4} f\right] df \quad (8)$$

ただし、長波では、全領域にわたって抗力と慣性力がバランスしている。

式(6)~(8)の結果を、 $\bar{\xi}$ 、 $\bar{\xi}$ の値を各種変化させて、図-2の(a)(b)(c)に示す。図からわかるように、 $\bar{\xi}$ 、 $\bar{\xi}$ が大きくなるほど、ピーク値は f の小さい方へ移動し、だいに指数分布に近づいていくことがわかる。

4. おわりに ここでは式(3)における周期の形状係数として、十分発達した風波である Pierson-Moskowitz 型スペクトルに対応する $n=4$ 、 $p=0.4$ の場合を示したが、これらの値は自由に変化させることができる。さらには、ここでは一定値とした抗力係数、および質量係数を部分的に変化させることも可能であり、波動理論としてさらに高次の理論式を用いることも同様可能である。

図-1 等波力種領域図

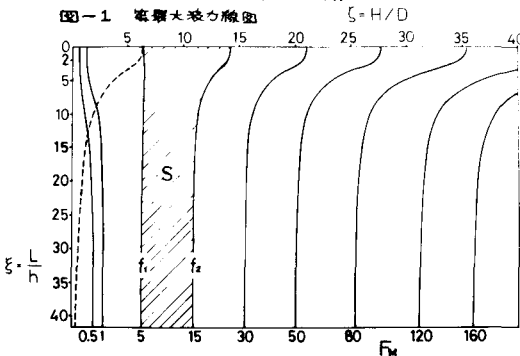


図-2：波力の確率分布

