

徳島大学工学部

正員 尾島 勝

徳島大学工学部

正員 西内 剛三

住友実電(株)

正員 白石 靖博

1. まえがき

本研究は、低平地自由地下水のもつ非定常特性ならびに非線形特性を明らかにするために、地下水流の変動特性を種々の異なる条件下において定量的に把握し、その変動特性を説明する数理モデルの提示を行なう。とくに、滞水層の水理特性の取り扱いの重要性について指適する。^{1), 2)}

2. 数理モデルと基礎方程式

浸透領域として、図-1に示すような両端境界外水位が変化する長さ l の長方形砂層モデルを考える。ここで、流れを準一次元流と考えると、非定常浸透現象を記述する基礎式は次式のようになる。

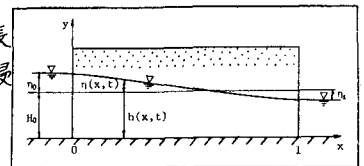


図-1 滞水層モデル

$$\frac{\partial^2 z}{\partial t^2} = \frac{k(x,t)}{\lambda(x,t)} \left\{ (H_0 + 2) \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \left(\frac{\partial z}{\partial x} \right)^2 \right\} + \frac{1}{\lambda(x,t)} (H_0 + 2) \frac{\partial z}{\partial x} \frac{\partial k(x,t)}{\partial x} \quad (1)$$

ここに、 k は透水係数、 λ は有効間隙率であり、一般的に場所 x および時間 t の関数と考えている。 k および λ を一定とすれば式(2)となる。ここで、とくに $z \ll H_0$ の場合には式(3)となる。

$$\frac{\partial^2 z}{\partial t^2} = \frac{k}{\lambda} \left\{ (H_0 + 2) \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \left(\frac{\partial z}{\partial x} \right)^2 \right\} \quad (2)$$

$$\frac{\partial^2 z}{\partial t^2} = \frac{k H_0}{\lambda} \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \quad (3)$$

3. 基礎方程式の非線形性の評価

$$\text{ここで、 } Y = z/H_0, \quad X = x/l, \quad T = (k H_0 / \lambda l^2) t \quad (4)$$

とくと、式(2)および式(3)は無次元化されて次の各式となる。

$$\frac{\partial^2 Y}{\partial T^2} = \frac{\partial^2 Y}{\partial X^2} + Y \frac{\partial^2 Y}{\partial X^2} + \left(\frac{\partial Y}{\partial X} \right)^2 \quad (5)$$

$$\frac{\partial^2 Y}{\partial T^2} = \frac{\partial^2 Y}{\partial X^2} \quad (6)$$

非線形方程式(5)の差分解を Y_N 、線形方程式(6)の差分解を Y_L とし、外水位の最大変動振幅を初期水位で除いた無次元振幅を A_2 として、次式で非線形方程式(5)の非線形性を表現する。

$$(Y_N - Y_L) / A_2 = (z_N - z_L) / z_0 \quad (7)$$

一例として、図-2はつぎの初期条件および境界条件を与えた場合の式(7)の計算結果を示したものである。すなわち、外水位両端で振幅が他端の半分かつ同一の周期をもつ変動を与えた場合である。

$$Y(X, 0) = 0$$

$$\left. \begin{aligned} Y(0, T) &= A_2 \sin \omega T \quad (T \leq T_p), & Y(1, T) &= \frac{1}{2} A_2 \sin \omega T \\ &= 0 \quad (T > T_p), & &= 0 \quad (T > T_p) \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

式(7)を計算した結果を要約すると次のようになる。i) 一端ステップ上昇では、外水位変動端近傍で浸透の初期に非線形性が大きく、その非線形性は時間とともに減ずる。ii) 両端ステップ上昇では、両端変動条件による相乗効果により、滞水層の中央部で非線形性がかなり大きくなる。iii) 一端周期変動の場合には、外水位変動の山と谷に対応して非

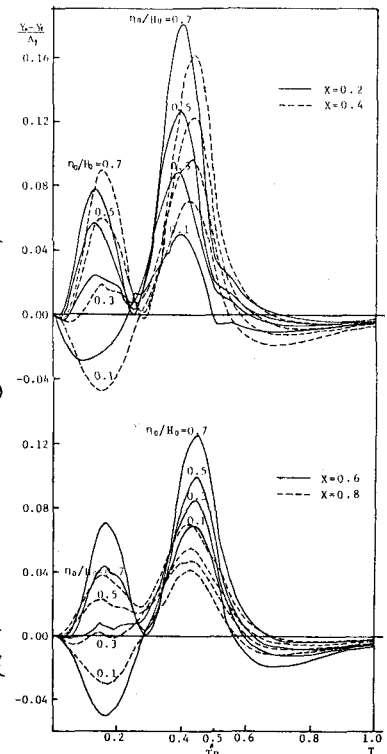


図-2 両端周期変動の非線形性

線形性も極値もとリ、 λ の値は z_0/H_0 の値に強く影響される。iv) 両端周期変動の場合には、ii)と同様に相乗効果のため非線形性はさらに助長され、 λ の変動条件の大小に左右される。また、同一パラメータにおいては外水位変化速度が大きいのほど非線形性も大きくなる。以上のことより、非線形性は外水位変動パターンおよび外水位変動量と初期水位の比 z_0/H_0 に強く影響される。しかし、 z_0/H_0 が0.2~0.3程度以下であれば式(2)のもつ非線形性はそれほど大きくならず、 λ の非線形性を実用上無視できるならば、現象を式(3)によって解析してもよいことになる。

4. 透水係数および有効間隙率の変化特性

k/λ および λ の変化特性を把握するために、式(1)を差分表示して整理すれば、次式が得られる。ただし、 $\partial\lambda/\partial x=0$ と仮定する。

$$K_x = \frac{1}{1 - \frac{Q(x,t)}{P(x,t)} \Delta x} \left(K_{x+\Delta x} - \frac{R(x,t)}{P(x,t)} \Delta x \right) \quad (9)$$

ここに、 $K=R/\lambda$ 、 $Q=(H_0+z_x)(z_{x+\Delta x}-2z_x+z_{x-\Delta x})/\Delta x^2 + (z_{x+\Delta x}-z_{x-\Delta x})^2/4\Delta x^2$

$P=(H_0+z_x)(z_{x+\Delta x}-z_{x-\Delta x})/2\Delta x$ 、 $R=(z_{x+\Delta x}-z_{x-\Delta x})/2\Delta t$

式(9)から k/λ の値を求めるには境界条件が必要である。そこで、外水位の変動しない砂層境界においては、 K の値が定常飽和浸透の場合の値のまま不変であると仮定し、以下計算を進める。すなわち、Sand(A)の場合は $K_0=2.48$ 、Sand(B)の場合は $K_0=0.66$ とする。

図-3は式(9)によって得られた k/λ の変化特性図の一例である。 k/λ の値の時間的な変化特性は、浸透の初期に大きく、時間の経過とともに減じて定常飽和浸透の値に近づき一定値となる。また、場所的な変化特性は、外水位変動端に近い測点ほど大きく変化し、時間の経過につれて場所的な相違がなくなっている。

つぎに、 k/λ の変化特性図から k/λ の一般的な関数形を決定することは困難である。そこで、場所的な変化を無視して k/λ を時間のみの関数と考え、 $k/\lambda=f_n(t)$ という形の関数形を考える。その関数形を示したものが図-3の実線である。前述の k/λ の時間的な変化を考慮した水位応答を図-4において示している。その結果、 $k/\lambda=f_n(t)$ とした場合、 $k/\lambda=\text{const.}$ とする場合よりも適合性の改善は認められるが、定常透水係数の小さいSand(B)の場合には、浸透現象に k/λ の場所的な変化の影響が大きく関与してくるため k/λ の場所的な変化をも考慮する必要があることが明確になった。しかし、 k/λ の値の場所的・時間的な変化は、定常透水係数のみならず外水位変動条件によっても異なるため、現段階では $F(K-k_s, x, t)=0$ の曲面を決定することができず、一般的な関数形を決定するまでには至っていない。

5. あとがき

k/λ の変化特性の定式化を試みたが、一般的な関数表現をするまでには至らなかった。今後、実験精度の向上ならびに差分間隔の縮小などによって k/λ の変化特性のより詳細な検討を行ない、別の機会を得て報告したい。

参考文献 1)尾島・足立西内「不圧滞内における非定常浸透流の変動特性の定式化」第30回土木学会中四国講演概要
2)尾島・西内「非定常浸透流における滞水層定数の取り扱いについて」第31回土木学会中四国講演概要

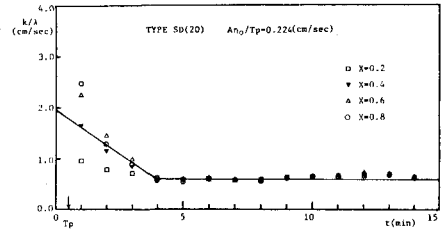
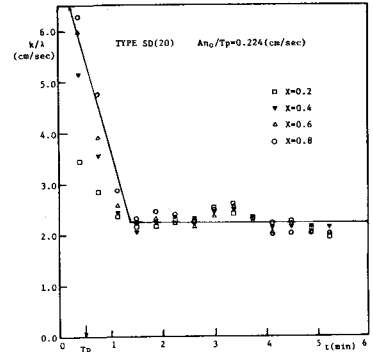


図-3 k/λ の変化特性図

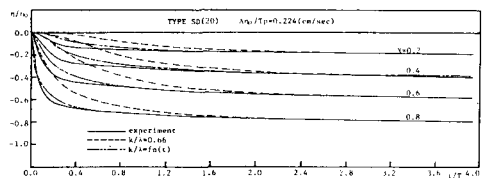
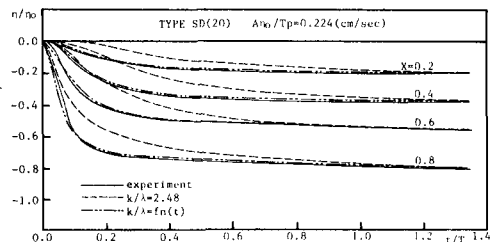


図-4 水位応答図