

初期ヒンジによるラーメン構造物の強度低下について

高知工業高等専門学校

正・竹内先生

秋山幸二郎

1. まえがき ラーメン構造物の塑性設計法は、構造物が機構的に崩壊状態に陥るまでは、各部材が部材の全塑性モーメント、あるいは、それ以下のモーメントに對して抵抗しようとしてあり、また、特に不静定構造物にあっては、塑性部分発生後の応力の再配分を可能にし、従来の弾性設計に比較して、より合理的な設計法と考えられている。しかし、座底に對する照査は問題点が少ないようである。

本報告は、単純塑性理論により最小重量塑性設計したラーメン構造物について、仮に施工上のミス等で特定の部材端点が十分に剛でなく、曲げモーメントに抵抗できないうとしたとき、つまり初期ヒンジが存在するとき、構造物の強度はどの程度減少するかを塑性解析法により求め、比較検討したものである。

2. 塑性解析法¹⁾ 全ての可能な崩壊機構のうち任意の崩壊機構に對する平衡方程式は、内部仕事、外部仕事の釣合より次のように書ける。

$$Q_i W_i L \theta = \sum_{j=1}^S M_{ij} \theta_{ij} \quad (i=1 \sim A) \quad (1)$$

ここに、 W_i =崩壊機構に對する崩壊荷重、 L =部材長、 θ =仮想的塑性ヒンジ回転量、 Q_i =崩壊機構 i の外部仕事に對する $W_i L \theta$ に関する係数、 M_{ij} =Critical Section (以下 C. S. とする) までの全塑性モーメント、 θ_{ij} =崩壊機構 i に對する C. S. までの相對回転角、 S =C. S. の総数、 A =可能な崩壊機構の総数である。

上界定理より、(1)式を満足する最小の W_i が真の崩壊荷重 W_c であり、また、構造物の設計荷重 W_0 を導入し、 $W_i = \lambda_i W_0$ とすると、 $W_c = \lambda_c W_0$ に對する崩壊荷重係数 λ_c は次のようになる。

$$\lambda_c = \min (\lambda_i) = \min \left(\frac{\sum_{j=1}^S M_{ij} \theta_{ij}}{Q_i W_0 L \theta} \right) \quad (2)$$

ここで、 $C_i = Q_i W_0 L \theta$ 、 $U_i = \sum_{j=1}^S M_{ij} \theta_{ij}$ とおけば λ_i は次のようになる。

$$\lambda_i = U_i / C_i \quad (3)$$

また、任意の崩壊機構 i は、 m ($=$ 不静定次数) 個の基本崩壊機構 k の適当な組合せより、 -1 , 0 , あるいは 1 となる t_{ik} (つまり、基本崩壊機構 k が組合せ崩壊機構 i を形成する割合を示す係数) を用いて、次のように書くことができる。

$$\theta_{ij} = \sum_{k=1}^m t_{ik} \theta_k \quad (4)$$

$$C_i = \sum_{k=1}^m t_{ik} C_k \quad (5)$$

ここで、内部仕事 U_i と外部仕事 C_i は相對的な値なので、(5)式を const と

おけば、(3)式は次のように θ_{ij} のみを変数とする一次式となる。

$$\lambda_i = \frac{\sum_{j=1}^S M_{ij} \theta_{ij}}{C_i} \quad (t_{ik} \text{ は } 1, C_i = \text{const}) \quad (6)$$

よって、(2)式で示した最小崩壊荷重係数 λ_c 、および、それに対応する崩壊機構は (4), (5), (6) 式を用いて、 λ_i を目的関数、 θ_{ij} , t_{ik} を設計変数とする最小値問題を解くことにより決定できる。すなわち、次のようは基本式となる。

$$\text{minimize} \quad \lambda_i = \frac{\sum_{j=1}^S M_{ij} \theta_{ij}}{C_i} \quad (7a)$$

$$\text{Subject to} \quad \theta_{ij} = \sum_{k=1}^m t_{ik} \theta_k = 0 \quad (7b)$$

$$\sum_{k=1}^m t_{ik} C_k = C_i (\text{const}) \quad (7c)$$

$$\text{and} \quad \theta_{ij}, t_{ik} \geq 0 \quad (7d)$$

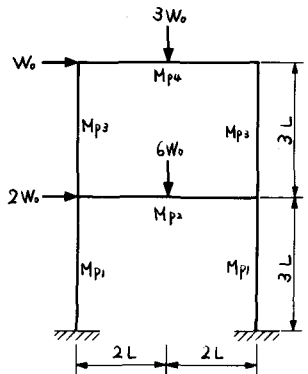


図1. 形状寸法および載荷状態

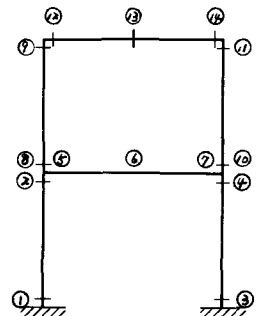


図2. Critical Section 番号

3. 最小重量塑性設計法 本報告で用いた最小重量塑性設計法は、2. で述べた塑性解析法により、必要の制約条件式を自動的に求めながら、目的関数である構造物の総重量を最小にしようとする方法である。この方法は反復法であり、初期の制約条件として節点形式を除く8個の基本崩壊機構に対応する平衡条件式を用いてゐる。最終的解は、構造物の崩壊荷重係数が安全率 λ_0 を満足したとき得られる。

なお、最小重量塑性設計の基本式は次のようになっている⁽²⁾。

$$\text{minimize } Z = \sum_{n=1}^N M_{pn} L_n \quad (8a)$$

$$\text{Subject to } \sum_{n=1}^N Q_{kn} M_{pn} \geq \lambda_0 c_k \quad (k = 1, 2, \dots, 8) \quad (8b)$$

$$\sum_{n=1}^N Q_{in} M_{pn} \geq \lambda_0 c_i \quad (i = 1, 2, \dots, A-8) \quad (8c)$$

$$\text{and } M_{pn} \geq 0. \quad (8d)$$

ここに、 Z は重量関数であり、式(8b)および式(8c)は、それぞれ基本崩壊機構、複合崩壊機構に対応する平衡条件式である。また、 M_{pn} は設計塑性モーメント、 $L_n = M_{pn}$ が早い部材長、 n は設計変数 M_{pn} の数、 Q_{kn} および Q_{in} は基本崩壊機構および複合崩壊機構において M_{pn} に関与する係数である。

4. 計算例および考察 計算例として、図1に示すようなスラブ径間の門形ラーメンを扱った⁽¹⁾。まず、図式(1)式と(1)式を繰り返して用いることにより、安全率 $\lambda_0 = 1.0$ の最小重量塑性設計を行った。その結果、 $M_{p1} = 3.0 W_0 L$ 、 $M_{p2} = 4.5 W_0 L$ 、 $M_{p3} = M_{p4} = 1.5 W_0 L$ 、 $\lambda_0 = 1.0$ 、 $Z = 51.0 W_0 L^2$ となった。この解は、文献(2)と同じ結果となっているが、最終的崩壊形式は2階の梁形式となり、繰り返した回数は4回であった。

つぎに、この解に対して、初期ヒンジが図2に示す各C.S.①から⑭まで1個ずつ存在している場合、それぞれ崩壊荷重係数 λ などの強度減少する λ を求め、 $\lambda_0 = 1.0$ の場合を100として、図3に示した。図3によれば、C.S.⑬つまり2階の梁の中央に初期ヒンジが存在する場合、「構造物の強度」の減少が最も大きく50%となっている。これは構造物の安全性が半になったことを示している。以下、C.S.⑩あるいは⑪の場合の33.3%、C.S.④あるいは⑤の場合の30%となっている。

また、構造物の非対称性を考慮し、初期ヒンジが複数個存在する場合について求め、図4に示した。その結果、例えば、C.S.④と⑪にそれぞれ単独で初期ヒンジが存在する場合、構造物の強度の減少度は各30%、50%でその和は80%であったのに対し、同時に初期ヒンジが存在する場合、その和より小さく50%となった。しかし、C.S.④と⑪の場合、それぞれ単独の時の減少度の和20%よりも大きく、同時に初期ヒンジが存在する場合、33.3%となった。つまり、単独では、初期ヒンジによる構造物の強度の減少程度が比較的小さいC.S.④、⑪、他のC.S.に存在する初期ヒンジの影響で、構造物の強度低下が大きくなることありうる。

また、 M_{p1} から M_{p4} の値が異なる場合について同様に初期ヒンジによる影響度を求め、図5に示した。

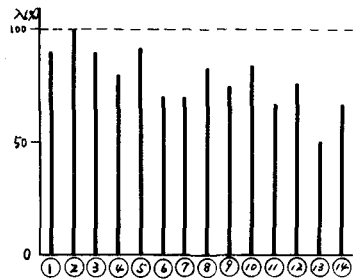


図3. 初期ヒンジによる構造物の強度低下

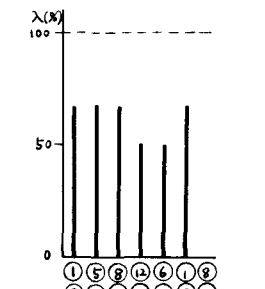


図4. 初期ヒンジによる構造物の強度低下

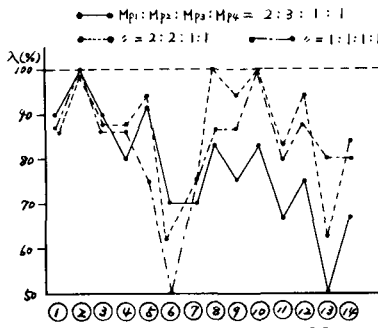


図5. 初期ヒンジによる構造物の強度低下

(参考文献) 1) 竹内先生, 秋山幸二郎: 高知工業高等専門学校紀要第15号, 昭和54年8月, P. 79~87

2) 石川信隆: 第29回土木学会年次学術講演会概要集第I部, 1974年, P. 359~360.