

中間降伏関節を考慮した平面骨組の弾塑性解析に関する研究

四国建設コンサルタント 正会員 石田 尚之
徳島大学工業短期大学部 正会員 平尾 潔
徳島大学工学部 正会員 成行 義文
徳島大学工学部 正会員 児嶋 弘行

1. まえがき

本研究は、部材の初期たわみ、中間降伏関節、降伏相関関係、塑性流動理論 (flow law) を考慮した平面骨組の弾塑性解析について研究し、その解析プログラムを作成して、2. 3の骨組に対する数値計算結果をもとに中間降伏関節、初期たわみ等が骨組の終局耐荷力に及ぼす影響について、若干の考察を加えんとしたものである。

2. 解析上の仮定

本解析に用いた仮定を列記する。(1)材料は完全弾塑性体とし、ひずみ硬化および残留応力の影響は無視する。(2)部材の初期たわみとしては半波の正弦波 $\eta_0 = \delta_0 \sin(\pi z/l)$ と、二次の放物線 $\eta_0 = 4\delta_0(z-l/2)^2/l^2$ を仮定する (δ_0 は部材中央における初期たわみの量)。(3)部材の断面形は矩形、I型、およびパイプとする。(4)一定荷重および漸増荷重はすべて節点に作用する。(5)弾性後法は考慮しないものとする。(6)部材の形状係数はすべて1とする。(7)降伏条件式には、曲げモーメントと軸力の組合せだけを考え、せん断力の影響は考慮しない。(8)全体座屈は、面内曲げ座屈のみを対象とする。(9)降伏関節における断面力と、塑性変形量との非線形関係は、上界近似を用いて線形化する。

3. 変形法の基本式、および、最大曲げモーメントとその発生位置

材端力 $S = \{N, Q, M\}^T$ 、材端変位 $\delta = \{\delta_z, \delta_n, \theta\}^T$ 、荷重項 $L = \{N, Q, M\}^T$ との関係は、弾性端部材に対して、 $S_{ij} = K_{ii}\delta_i + K_{ij}\delta_j + L_{i0}$ 、 $S_{ji} = K_{ji}\delta_i + K_{jj}\delta_j + L_{j0}$ — (1)、材端降伏部材に対して、 $S_{ij} = K_{ii}\delta_i + K_{ij}\delta_j + L_{i0}$ 、 $S_{ji} = K_{ji}\delta_i + K_{jj}\delta_j + L_{j0}$ — (2) とおく、 K の内容については文献¹⁾、2)を参照されたい。任意中間点の曲げモーメント M_z は、正弦波の場合、 $M_z = \{M_{ij} \sin \pi z/l - M_{ji} \sin \pi z/l\} / \sin \pi z/l + N_{ij} K_{\delta_0} \sin^2 \pi z/l$ — (3)、放物線の場合、 $M_z = \{M_{ij} \sin \pi z/l - M_{ji} \sin \pi z/l\} / \sin \pi z/l + \{ \sin \pi z/l - \sin \pi z/l \} 8\delta_0 N_{ij} / (\pi^2 l^2 \sin \pi z/l)$ — (4)、となり、初期たわみのない場合は、式(3)、(4)で $\delta_0 = 0$ とおけばよい。最大曲げモーメントの発生位置は、初期たわみがない場合と放物線の場合は、式(4)を微分した式を0にする³⁾より求められ、正弦波の場合はこの方法では求められないため、部材を10等分し、その各々の M_z を求めることにより、最大曲げモーメントの近似値を求める。

次に、中間降伏関節を有する部材に対する基本式を以下のようにして求める。すなわち、部材 ij の中間点 m に降伏関節が発生した場合には、図-1のように部材 ij を、 im 部分と mj 部分に分けて考え、それぞれの部分に対して、降伏相関関係、塑性流動理論を考慮した基本式を求めておけば、

im 部分に対して、

$$\left. \begin{aligned} S_{im} &= K_{ii}'\delta_i + K_{im}'\delta_m + L_{i0}' \\ S_{mi} &= K_{mi}'\delta_i + K_{mm}'\delta_m + L_{m0}' \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

mj 部分に対して、

$$\left. \begin{aligned} S_{mj} &= K_{mj}'\delta_m + K_{jj}'\delta_j + L_{j0}' \\ S_{jm} &= K_{jm}'\delta_m + K_{jj}'\delta_j + L_{j0}' \end{aligned} \right\} \quad (6) \quad \text{となる。}$$

ここで、 m 点下の境界条件より、中間変位 δ_m を消去して

中間降伏関節を有する部材に対する基本式が次のように求まる。

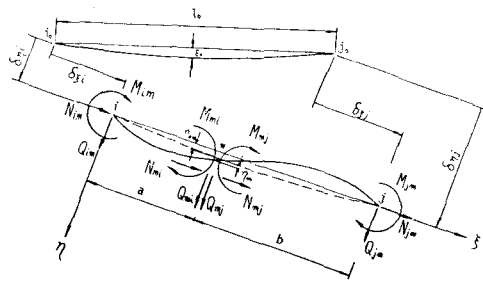


図-1

$$\begin{aligned} S_{ij} = & \{ (K_{ii} - K_{im} K_{mm}^{-1} K_{mi}) \delta_i + (-K_{im} K_{mm}^{-1} K_{mj}) \delta_j + L_{io} - K_{im} K_{mm}^{-1} (L_{mo} + L_{jo}) \} \\ S_{ji} = & \{ (-K_{jm} K_{mm}^{-1} K_{mi}) \delta_i + (K_{jj} - K_{jm} K_{mm}^{-1} K_{mj}) \delta_j + L_{jo} - K_{jm} K_{mm}^{-1} (L_{mo} + L_{io}) \} \quad (7) \end{aligned}$$

ここで、 $K_{mm} = K_{mm} + K_{mm}$ (8) である。

4. 解析手順

解析手順については文献3)を参照されたい。

5. 計算例

単純梁、門形ラーメン、2ヒンジラアーチ、および

ビロ-セ桁等に対する種々の計算結果を講演当日は紹介する予定であるが、ここでは一例として、図-2~11、表-1~3.に示すような例題を紹介しておく。図-2、図-6は表-1の諸性質をもつ単純梁と門形ラーメンで、断面形状はパイプ断面である。漸増荷重P、Mを図-3、図-7のように作用させる。PとMの比を単純梁の場合1:20、門形ラーメンの場合5:1とする。また図-4、5、および8~11は崩壊過程を表わし、図中の()内の数字は崩壊過程のステップを表わす。表-2, 3においてcase Iは、降伏相関関係、塑性流動理論、および中間降伏関節の発生を考慮し、case IIは、降伏相関関係、塑性流動理論を考慮し、case IIIは、中間塑性関節の発生を考慮し、また、case IVは、降伏相関関係、塑性流動理論、中間降伏および塑性関節を無視して解析した結果である。ここで、表-2はステップ1での荷重Mをcase Iの場合を1.0として他の場合との比をと、たものであり、case IとIII、およびcase IIとIVはほとんど同じ結果となる。なおcase IとIIIで部材中央で中間降伏および塑性関節の発生がみられた。表-3は、門形ラーメンのステップ毎の荷重Pをcase Iの場合を1.0とし、他の場合との比をとったものであり、case IとIIIにおいて、ステップ1, 2で図-8、図-10のように柱材に中間降伏および塑性関節の発生がみられた。またcase IVでは、図-11のように、ステップ3で柱材の軸力が全塑性軸力となった。

6. おわりに

本研究より、現在までに、つぎのようなことが明らかにになった。中間降伏関節の発生を考慮した場合と、考慮しない場合とでは、前者の方が終局耐荷力は小さな値となる。しかし、この両者の差は一定の値とはならず、骨組によつて、あるいは、同一の骨組においても崩壊過程のステップごとに違ってくる値になる。

7. 参考文献

- 1) 星・思嶋、平尾；軸力の影響を考慮した平面剛、滑節構造物の一自動弾塑性解析、土木学会論文報告集、第202号、1972年6月、2) 思嶋、平尾；平面剛滑節骨組の自動弾塑性解析、建築学会論文報告集、第205号、昭和51年12月、3) 思嶋、平尾；平面剛滑節構造物の自動極限解析、土木学会論文報告集、第218号、1973年10月

表-1 諸性質

CHARACTOR	VALUES
A (cm)	5.969 $\times 10^3$
I (cm ⁴)	2.7099 $\times 10^8$
Mp (kg.cm)	1.1552 $\times 10^6$
Ey (kg/cm ²)	3.2 $\times 10^8$
E (kg/cm ²)	2.1 $\times 10^8$

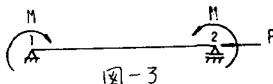
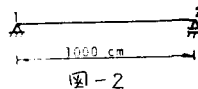


表-2

CASE	step 1
I	11.407
III	(1.0)
II	11.552
IV	(1.013)

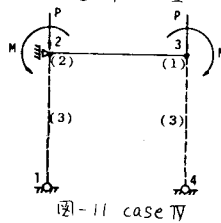
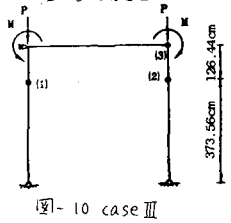
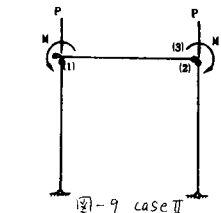
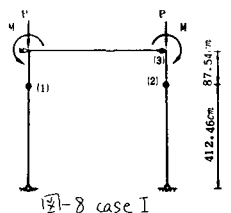
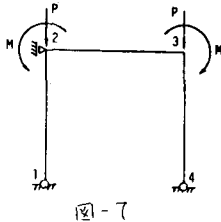
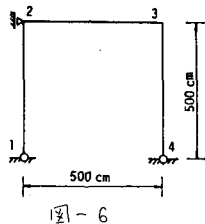
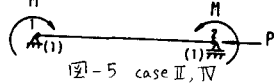
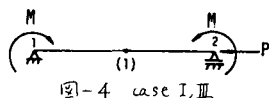


表-3

	DE = 0 (DE = $\frac{5}{2}$)		
case	step 1	2	3
I	82.384 (1.0)	82.398 (1.0)	89.046 (1.0)
II	85.887 (1.043)	85.903 (1.043)	102.079 (1.146)
III	100.483 (1.220)	100.507 (1.220)	107.529 (1.208)
IV	110.816 (1.345)	110.832 (1.145)	191.008 (2.145)