薄肉断面部材の座屈解析について

愛媛大学　正員　見沢繁光，　正員　大賀水田生
徳山高専　正員　重松恒美，　正員○原　　隆

1．まえがき

圧縮力を受ける柱材の座屈係数は通常，Euler 座屈理論により求められる[1]。また，多数の板部材により構成される薄肉断面柱においては，これとともにそれぞれの板部材の座屈をも考慮して座屈係数が決定されている[2]。本研究では，L，[断面のような薄肉開断面柱の座屈問題に薄板座屈理論を適用し，伝達マトリクス法により座屈解析を行なった。また数値計算では，断面の形状を種々のパラメータとして座屈係数を求め，薄板理論により得られる，単純支持一自由の境界条件の板の解および両端自由の連続板の解との比較検討を行なった。

2．解析方法

2-1．格間マトリクス

本研究で用いた格間マトリクスは，格点で状態量のつりあい条件を満足するように，板の面内変形の格間マトリクスと面外変形の格間マトリクスより構成される。図1に示すような一方向に等分布圧縮荷重を受け，荷重に垂直な二辺が単純支持された板要素の微分方程式は線形化することにより次の非連成の二つの微分方程式となる。

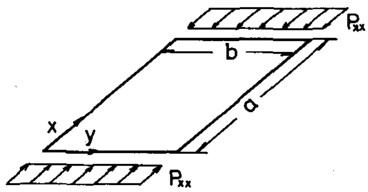

図1．板要素

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4}+2\frac{\partial^4 w}{\partial x^2\partial y^2}+\frac{\partial^4 w}{\partial y^4}=-\frac{P_{xx}}{D}\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \qquad (1-1)$$

$$\frac{\partial^4 F}{\partial x^4}+2\frac{\partial^4 F}{\partial x^2\partial y^2}+\frac{\partial^4 F}{\partial y^4}=0 \qquad (1-2)$$

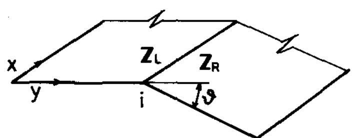

図2．格点 i

ここに，P_{xx}；圧縮力，D；板曲げ剛性，w，F；次式であらわされる線形化された変位関数および応力関数

$$w=\bar{w}(y)\sin\frac{m\pi}{a}x \qquad (2-1)$$

$$F=\bar{F}(y)\sin\frac{m\pi}{a}x \qquad (2-2)$$

ここに，$\bar{w}(y)$，$\bar{F}(y)$；y の関数，m；半波数，a；板長

式(2-1)を式(1-1)に代入し，状態量ベクトル$\mathbb{Z}_b$として，たわみ$\bar{w}$，たわみ角$\bar{\theta}_y$，モーメント$\bar{M}_y$，換算せん断力$\bar{V}_y$を選べば，面外変形の伝達式は次式となる。

$$\mathbb{Z}_b=\mathbb{F}_b\mathbb{Z}_{b0} \qquad (3-1)$$

ここに，$\mathbb{Z}_{b0}$は初期状態量ベクトルである。また式(2-2)を式(1-2)に代入し，状態量ベクトル$\mathbb{Z}_m$として，変位$\bar{u}$，$\bar{v}$，軸力$\bar{N}_y$，せん断力$\bar{N}_{xy}$を採用すれば面内変形の伝達式は次式となる。

$$\mathbb{Z}_m=\mathbb{F}_m\mathbb{Z}_{m0} \qquad (3-2)$$

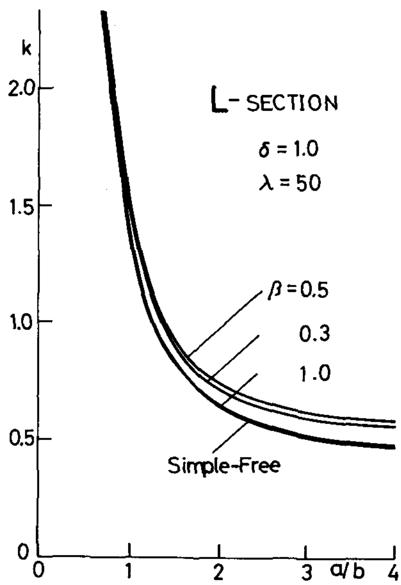

図3．座屈係数

ここに、$\mathbb{Z}_{m0}$ は初期状態量ベクトルである。

式(3-1), (3-2) をまとめれば格間マトリクス $\mathbb{F}$ が得られる。

$$\mathbb{Z} = \mathbb{F}\,\mathbb{Z}_0 \tag{4}$$

ここに、$\mathbb{Z} = \{\mathbb{Z}_b \,\vdots\, \mathbb{Z}_m\}^T$

2-2. 座標変換マトリクス

図2に示すように格点 i で相接する部材の状態量のつりあいは次式であらわされる。また、他の状態量は連続である。

$$\left.\begin{aligned}
\bar{v}_R &= \bar{v}_L \cos\theta + \bar{w}_L \sin\theta \\
\bar{w}_R &= \bar{w}_L \cos\theta - \bar{v}_L \sin\theta \\
\bar{N}_{yR} &= \bar{N}_{yL} \cos\theta + \bar{V}_{yL} \sin\theta \\
\bar{V}_{yR} &= \bar{V}_{yL} \cos\theta - \bar{N}_{yL} \sin\theta
\end{aligned}\right\} \tag{5}$$

ここに、L, R は格点 i の左右の状態量を示す。式(5)をマトリクス表示すれば格点マトリクス $\mathbb{P}$ が得られる。

$$\mathbb{Z}_R = \mathbb{P}\,\mathbb{Z}_L \tag{6}$$

3. 数値計算および検討

前節で導いた格間マトリクス, 格点マトリクスを用いれば、L, ⊏断面について伝達式は次式となる(マトリクス, 添字は図6参照)

$$\begin{aligned}
\mathbb{Z}_1 &= \mathbb{F}_2\,\mathbb{P}_1\,\mathbb{F}_1\,\mathbb{Z}_0 \\
\mathbb{Z}_1 &= \mathbb{F}_5\,\mathbb{P}_3\,\mathbb{F}_4\,\mathbb{P}_2\,\mathbb{F}_3\,\mathbb{Z}_0
\end{aligned} \tag{7}$$

式(7)より格点0, 1で自由端であることより、状態量ベクトル $\mathbb{Z}_0$, $\mathbb{Z}_1$ の条件を考慮して座屈条件式が得られる。これより図6に示すパラメータのもとに座屈係数 k を求める。求めた座屈係数は、L断面については長辺, ⊏断面については腹板に換算して示す。

図3にL断面の座屈係数を示す。中間で線支持された両端自由の境界条件の板の座屈係数と比べほぼ等しく、最大5%本解析の値が大きい。また $\beta=1.0$ では単純支持ー自由の境界条件の板の座屈係数との差は図3に示すようにほとんど差がない。

図4, 図5に⊏断面の座屈係数を示す。中間に2点を線支持された両端自由の境界条件の板の座屈係数と比べ、$\beta=0.5\sim0.9$ では本解析の値が20~40%大きいが他の場合はほぼ等しい。なお、両端単純支持の板の座屈係数は4.0である。図5はEuler座屈との関係を示す。実線が本解析結果であり、破線がEuler座屈係数である。

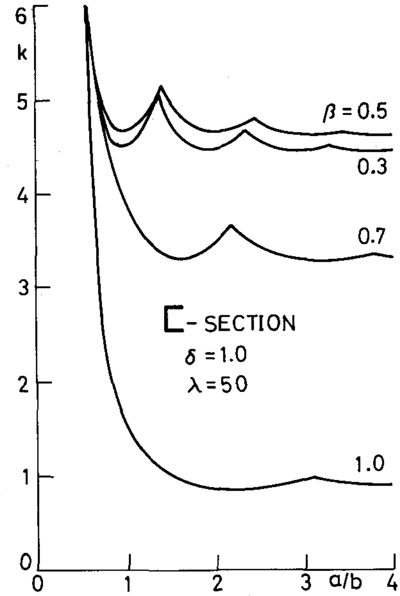

図4. 座屈係数

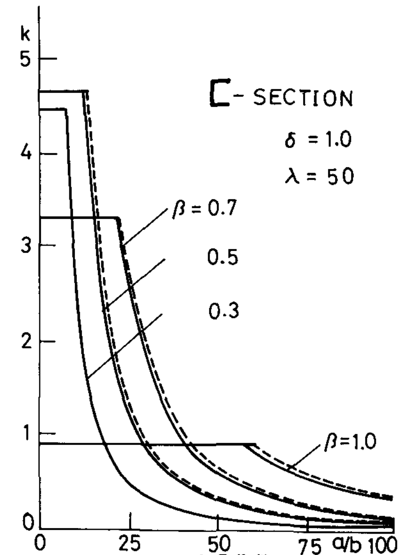

図5 座屈係数

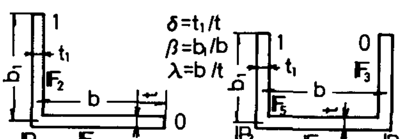

図6. 断面諸量

本研究ではL, ⊏断面についてのみ解析を行なったが、他の開断面や折板の場合も同様な手法で解析できる。また、開断面部材についても境界条件を考慮すれば同様な手順で解析できるものと思われる。

〈参考文献〉 1). Timoshenko, Gere; 'Theory of Elastic Stability', Mc-Graw Hill (1961)

2). K.Klöppel, W.Bilstein; 'Untersuchung zur linearen und nichtlinearen Beultheorie', Der Stahlbau (2/1976)