

平面骨組の動的非線形挙動に関する一考察

村本建設KK	正会員	・川口 修宏
徳島大学工業短期大学部	正会員	平尾 潔
徳島大学工学部	正会員	成行 義文
徳島大学工学部	正会員	児嶋 弘行

1. まえがき

本研究は、幾何的非線形性を考慮した平面骨組の動的解析法について研究し、その解析プログラムを作成して、衝撃応答、および、実地震波による変位応答スベクトルに対する解析を行ない、その解析結果から、幾何的非線形性が動的挙動に及ぼす影響について簡単な考察を加えたものである。

2. 解析上の仮定

本解析では、つぎのような仮定を設けている。(1)骨組を構成する材料は完全弾性体とし、部材は一様な断面を有する直線部材とする。(2)荷重はすべて節点に作用するものとする。(3)骨組の質量はすべて節点に集中するものとする。(4)減衰は構造減衰のみを考慮するものとする。(5)骨組は時間 $T=0$ 秒において停止しているものとする。

3. 解析法

構造物の減衰として構造減衰のみを取り扱うものとするれば、地動入力加速度をうける動的な釣合い方程式は式(1)のように表わされる。

$$-M \cdot \ddot{u}_g = M \cdot \ddot{u} + \beta \cdot K_2 \cdot \dot{u} + K_2 \cdot u + C \quad (1)$$

ここで、 n を骨組全体の節点数とすると、 $\ddot{u} = \{\ddot{u}_1, \ddot{u}_2, \dots, \ddot{u}_n\}^T$ 、 $\dot{u}_i = \{\dot{\delta}_{x_i}, \dot{\delta}_{y_i}, \dot{\theta}_i\}^T$ 、 $u = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}^T$ 、 $u_i = \{\delta_{x_i}, \delta_{y_i}, \theta_i\}^T$ 、 $\ddot{u}_g = \{\ddot{u}_{gx}, \ddot{u}_{gy}, \dots, \ddot{u}_{g,n}\}^T$ 、 $\ddot{u}_{gi} = \{\ddot{u}_{gix}, \ddot{u}_{giy}, \ddot{u}_{g\theta i}\}^T$ であり、 $\ddot{u}_g$ は地動入力加速度ベクトルである。また、 M は質量行列であり、 β は構造減衰における係数で、 G を比例定数、 ω を最小固有円振動数とすると、 $\beta = G/\omega$ となる。

また、動的解析における増分釣合い方程式は式(2)のように表わされる。

$$-M \cdot d\ddot{u}_g = M \cdot d\ddot{u} + \beta \cdot K_2 \cdot d\dot{u} + K_2 \cdot du \quad (2)$$

ここで、 $d\ddot{u} = \{d\ddot{u}_1, d\ddot{u}_2, \dots, d\ddot{u}_n\}^T$ 、 $d\dot{u}_i = \{d\dot{\delta}_{x_i}, d\dot{\delta}_{y_i}, d\dot{\theta}_i\}^T$ 、 $d\ddot{u}_g = \{d\ddot{u}_{gx}, d\ddot{u}_{gy}, \dots, d\ddot{u}_{g,n}\}^T$ 、 $d\ddot{u}_{gi} = \{d\ddot{u}_{gix}, d\ddot{u}_{giy}, d\ddot{u}_{g\theta i}\}^T$ であり、 $d\ddot{u}_g$ は増分地動入力加速度ベクトルである。また、 M 、 β は式(1)と同様である。なお、 K_2 、 C は、幾何的非線形性を考慮した静的解析の場合と同様な骨組全体に対する剛性行列、接線剛性行列、および、荷重ベクトルであるが、その内容については文献(1)を参照されたい。

つぎに、ニューマークの β 法を用いると、式(2)は次式のように表わされる。

$$dP_d = K_{t,d} \cdot du \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \text{ここで、} \quad dP_d &= M \cdot \left\{ \ddot{u}_k / (2 \cdot \text{BETA} \cdot \Delta t) + \ddot{u}_k / (2 \cdot \text{BETA}) - d\ddot{u}_g \right\} + \beta \cdot K_2 \cdot \left\{ \dot{u}_k / (2 \cdot \text{BETA}) - \{1 - 1/(4 \cdot \text{BETA})\} \cdot \dot{u}_k \right\} \\ K_{t,d} &= M / (2 \cdot \text{BETA} \cdot \Delta t) + K_2 \cdot \left\{ \beta / (2 \cdot \text{BETA} \cdot \Delta t) + 1 \right\} \\ d\ddot{u} &= d\ddot{u} / (2 \cdot \text{BETA} \cdot \Delta t) - \ddot{u}_k / (2 \cdot \text{BETA}) + \{1 - 1/(4 \cdot \text{BETA})\} \cdot \dot{u}_k \cdot \ddot{u}_k \\ d\ddot{u} &= -d\ddot{u}_g - M^{-1} \cdot (\beta \cdot K_2 \cdot d\dot{u} + K_2 \cdot du) \end{aligned}$$

であり、 $\ddot{u}_k$ 、 $\dot{u}_k$ は時刻 t_k における速度ベクトル、加速度ベクトルで、 Δt は増分時間、 BETA は公式の性格を決定するためのパラメータで、 $0 \leq \text{BETA} \leq 1/2$ である。なお、本研究では、骨組の動的応答をこれらの式(1)、(3)を用いて、数学におけるNewton-Raphson法と等価な接線剛性法(繰返し計算)により、求めるようにしている。

4. 計算例

図-1のような片持柱。正方形門形ラーメン（部材の断面形、断面諸量は図-2、表-1のようである）を対象として、衝撃応答については、地動入力加速度 $\ddot{u}_g$ は図-3のように与え、柱部の細長比 λ が120、90、60の3種、

さらに線形解の固有周期 T が3.0秒、1.0秒、0.3秒の3種、合計9種類について

解析を行なつた。入力加速度 $\ddot{u}_g$ は固有周期 $T = 3.0$ 秒の時、0.3、 $T = 1.0$ 秒の時、1.0、 $T = 0.3$ 秒の時、3.0として载荷した。また、変位応答スペクトルについては、文献2)を参照して、4つの実地震波を使用し、継続時間を8秒間として、柱部の細長比 λ が120、90、60の3種類について変位応答スペクトルを作成した。計算結果の詳細は講演会当日スライドで紹介するが、一例として、一質点片持柱の一定軸方向力 P_c （全塑性軸力 $N_p = 148.992t$ に対する比）を、 $Q_t \sim 0.16 N_p$ まで0.02 N_p ごとに増加させた時の幾何的非線形性を考慮した衝撃応答を示せば図-4のようである。ただし、縦軸の C/C_0 、 T/T_0 、 h/h_0 は、それぞれ、振幅、固有周期、減衰定数を幾何的非線形性を考慮した非線形解の線形解に対する比を表わしている。

5. むすび

本研究により、つぎのようなことが明らかになった。

- (1) 幾何的非線形性を考慮した場合、それを無視した場合に比べて、細長比（部材長）、および、一定軸方向力が増加するほど、振幅、周期、減衰定数が増大する傾向がある。
- (2) その傾向は、細長比と一定軸方向力をパラメータとする図-4のような放物線状の曲線で示される。したがって、幾何的非線形性を考慮した非線形解は、線形解と図-4の放物線より推定できると思われる。
- (3) 上記(1)、(2)の関係は、細長比、一定軸方向力が一定であれば、固有周期、および、構造減衰における比例定数による差違があまりない。

参考文献 1) 平尾・児嶋：平面骨組の弾塑性解析における幾何的および材料の非線形性の影響について、土木学会第33回年次学術講演概要集I-48。2) 土田・倉田・須藤：港湾地域強震観測年報 No.80, No.98, No.116, 運輸省港湾技術研究所。3) 堀部・平尾・児嶋：動的荷重をうける平面骨組の一非弾性解析、土木学会中国四国支部昭和54年度学術講演会一般講演概要集I-16。

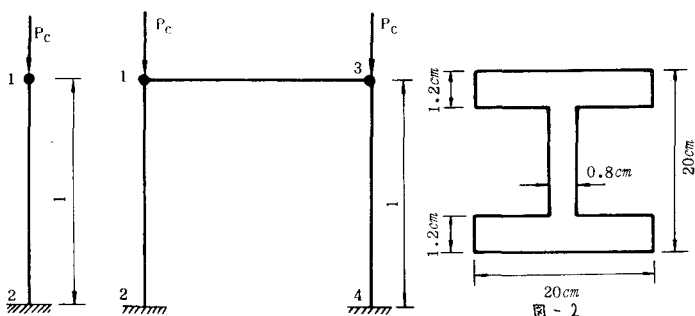


図-1

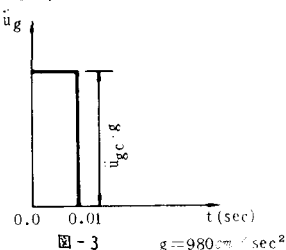


図-3

A (cm ²)	62.08
I (cm ⁴)	4610.49
i (cm)	8.62
E (kg/cm ²)	2100000

表-1

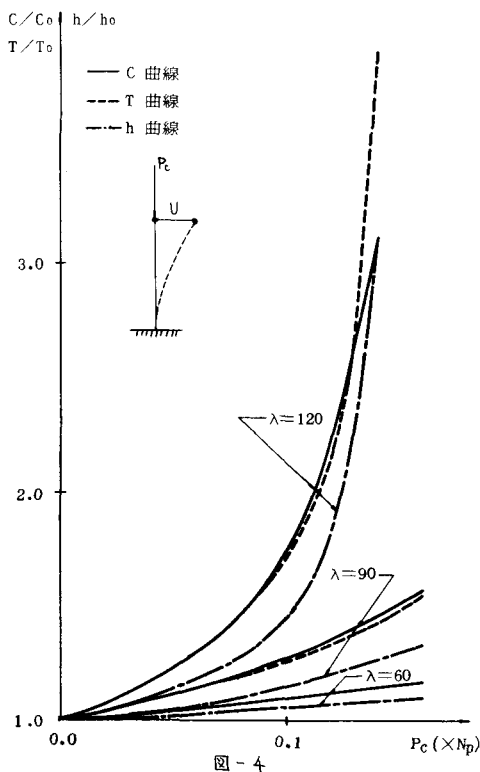


図-4