

「実験データの分散分析」における一提案

高松工業高等専門学校 正員 ○ 泉 英世

(目次)

- | | |
|-----------------|----------|
| 1. 本主題の趣旨 | 3. 例題 |
| 2. 方法……分散分析法の補正 | 4. 考察・結論 |

1. 本主題の趣旨

1-2. 分散分析の適用について

一般に、実験データに対し分散分析を適用する場合、普通の方法では適正を欠く事が多い。何と云へば、一般に、実験データは、図-1(1)のような場合が多いからである。すなわち、測定値の大きいもののバラツキは大きく、小さいもののバラツキは小さい、が、バラツキの割合(変動係数)は、ほぼ同じ。又、要因1から要因2へ変化した時の測定値は、異なる母集団間では、ひろき(差)は異なる事が多いが、その比(割合)は異なるとは限らない。

1-2. その際の向題点

こういうデータに対して分散分析を適用した場合、生ずる不都合は、大体次の二つが考えられる。

① 誤差変動について……バラツキは、その割合こそ計算すべきである。そのまゝ計算すれば、過大または過小になるおそれがある。

② 交互作用の問題……(参照・図-1(2))；要因が1より2へ変化した時、測定値は、 σ_{A1}, σ_{B1} より σ_{A2}, σ_{B2} へ変化した($\sigma_{A1}/\sigma_{B1} = \sigma_{A2}/\sigma_{B2}$ である)。之を分散分析すれば、交互作用あり、と出るはずである。もし σ_{A2} が σ_{A1} であれば、「なし」と出るだろう。これは適当でないと考える。 σ_{A2} と出た時に、交互作用が0、となるよう、補正すべきである。

2. 方法……分散分析法の補正

2-1. 2元配置データ

表2(1)の如き2元配置データがあるとする、その変動等は次の如く表わされる。

$$\text{群合計 } Y_{IJ} = \sum_{K=1}^N x_{IJK}, \quad \text{群平均 } Y_{A_{IJ}} = Y_{IJ}/N$$

$$\text{行合計 } Y_{I..} = \sum_{J=1}^M Y_{IJ}, \quad \text{行平均 } Y_{A_{I..}} = Y_{I..}/M$$

$$\text{列合計 } Y_{.LJ} = \sum_{I=1}^K Y_{IJ}, \quad \text{列平均 } Y_{A_{.LJ}} = Y_{.LJ}/K$$

$$\text{総和 } Y_{LLMM} = \sum_{I=1}^K Y_{I..} = \sum_{J=1}^M Y_{.LJ}, \quad \text{総平均 } Y_{A_{LLMM}} = Y_{LLMM}/LMN = \bar{x}$$

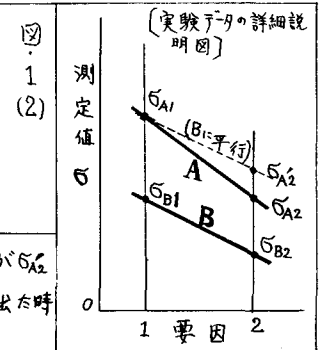
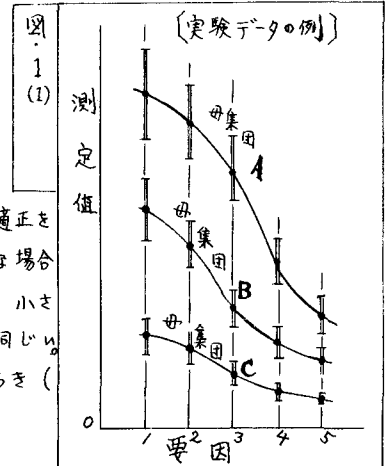
$$\text{全変動 } S_T = \sum_I \sum_J \sum_K (x_{IJK} - \bar{x})^2$$

$$\text{誤差変動 } S_E = \sum_I \sum_J \sum_K (x_{IJK} - Y_{A_{IJ}})^2$$

$$\text{行間変動 } S_A = MN \sum_I (Y_{A_{I..}} - \bar{x})^2, \quad \text{列間変動 } S_B = LN \sum_J (Y_{A_{.LJ}} - \bar{x})^2$$

$$\text{級間変動 } S_{AB} = N \sum_I \sum_J (Y_{A_{IJ}} - \bar{x})^2$$

$$\text{交互作用変動 } S_{A \times B} = N \sum_I \sum_J (Y_{A_{IJ}} - Y_{A_{I..}}/N - Y_{A_{.LJ}}/N + \bar{x})^2$$



要因B 要因A (I=1~K) (J=1~M)		B ₁	...	B _J	...	B _M
表2(1) 2元配置データ	A ₁	x ₁₁₁ x _{11K} x _{11N}	...			
			+		+	
	A _I	x _{IJ1} x _{IJK} x _{IJN}	...			
			+		+	
	A _L		...			x _{LM1} x _{LMK} x _{LMN}

2-2. データの補正

上述のデータに対し、次の①～②の如き補正を行えば、1にのべた不適正は除かれる。

① 交互作用について

$$(\text{補正された群平均}) = \left(\frac{1}{N} \text{列平均} \right) + \left\{ (N \times \text{群平均} \%) - (\text{列平均} \%) \right\} \times \frac{1}{f_{00}} \times (\text{縦平均})$$

$$YA'_{IJ} = \frac{1}{N} YA_{LLJ} + \{YA_{IJ} \%'' - YA_{LLJ} \%''\} \times \frac{1}{100} \times \bar{x}$$

② 誤差変動に関して

$$(\text{補正された } \bar{r} - \bar{r}) = (\text{補正された群平均}) + \{(\bar{r} - \bar{r}_{\text{群}}) - (\text{群平均} - \bar{r}_{\text{群}})\} \times \frac{1}{100} \times (\text{総平均})$$

$$x'_{IJK} = YA'_{IJ} + \{x_{IJK} \% - YA_{IJ} \%\} \times \frac{1}{100} \times \bar{x}$$

なお、 $\wedge$ は、補正されたものの記号； $\%$ は群平均に対するパーセンテージ， $\%^\circ$ は列平均に対するパーセンテージ。

2-3. コンピューター・プログラム

——略。

3. 例題

表 3 (1) の如きくり返しのある 2 元配置データ, すなわち

くり返し数(群の大きさ)一定----- (3)

○行内の群平均の比率は直線変化----- (0.8:1.0:1.2)

0.31 " " " " " " " ~~1~~ " " " " ----- (1.5 : 1.0 : 0.5)

・各群内のバラツキの割合は一定----- (上下限 20% ずつ)

に対し，そのまま分散分析した時の分散分析表，表・3 (2) の如し。

また、補正して「'''''''''''''''''''''', 表・3(3)の如し。

なお、各群の分散が一定であることの検定は略す。

又参考の爲にこのデータの各群の平均値の比率を、図・3(1)に示す。

(i) そのまま分散分析したもの ----- (表・3 (2))

要因	平方和	自由度	不偏分散	分散比	F値(5%水準)
A	450.000	2.	225.000	46.962	3.555
B	72.000	2.	36.000	7.514	3.555
A*B	11.999	4.	3.000	0.626	2.928
AB	533.999				
E	86.240	18.	4.791		
T	620.237	26.			

(II) 補正して分散分析したもの----- (表3(3))

要因	平方和	自由度	不偏分散	分散比	F値 (5%水準)
A	450.000	2.	225.000	48.214	3.555
B	72.000	2.	36.000	7.714	3.555
A*B	-0.002	4.	-0.001	-0.000	2.928
AB	521.997				
E	84.000	18.	4.669		
T	593.995	26.			

4. 考察・結論

(1) 例題の結果よりみて、この PGM は過誤なきものと思う。

(2) かかる補正法もまた、適宜使用されて可なりと思う。

水準 要因A	要因B の レベル の 区分	B ₁		B ₂		B ₃		(計) (平均)
		数値	%	数値	%	数値	%	
A ₁	1	14.4	120	18.0	120	21.6	120	
	2	12.0	100	15.0	100	18.0	100	
	3	9.6	80	12.0	80	14.4	80	
計(Y _{1j})		36.0		45.0		54.0		Y _{1HM} = 135.0
平(YA _{1j})		12.0	100	15.0	100	18.0	100	YA _{1HM} = 45.0
A ₂	1	9.6	120	12.0	120	14.4	120	
	2	8.0	100	10.0	100	12.0	100	
	3	6.4	80	8.0	80	9.6	80	
計(Y _{2j})		24.0		30.0		36.0		Y _{2HM} = 90.0
平(YA _{2j})		8.0	100	10.0	100	12.0	100	YA _{2HM} = 30.0
A ₃	1	4.8	120	6.0	120	7.2	120	
	2	4.0	100	5.0	100	6.0	100	
	3	3.2	80	4.0	80	4.8	80	
計(Y _{3j})		12.0		15.0		18.0		Y _{3HM} = 45.0
平(YA _{3j})		4.0	100	5.0	100	6.0	100	YA _{3HM} = 15.0
計(Y _{LLj})		72.0		90.0		108.0		Y _{LLHM} = 270.0
平(YA _{LLj})		24.0		30.0		36.0		YA _{LLHM} = 10.0

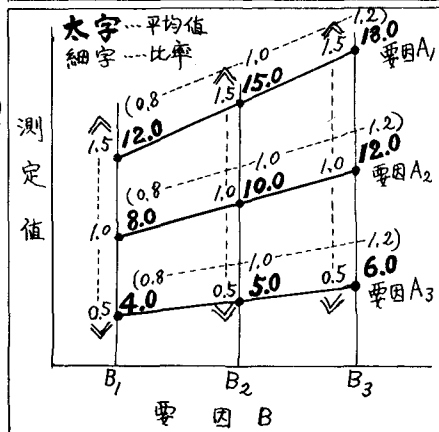


図.3(1). 各群の平均値の比率