

粗面薄層流抵抗則についての考察

山口大学 正 斎藤 隆
 国有鉄道 内山 龍司
 山口大学 学 田中 保弘

粗面薄層流は粗度 R と水深 h とが同程度の流れで、流れの場合で壁面粗度に起因する乱れの場合である乱流層が占める割合が大きく、抵抗則は流れ場での壁面領域(粘着層・乱流層)の役割を考えなければならぬ。

本文は巾40cm、長さ5mの鉄製水路の底面に粒径 $d=0.44$ mmの砂粒を密に張り付け、 d/h をパラメータとして実験を行ない、流れの場合を粘着層・乱流層・外層に分けて抵抗則を考察したものである。

非圧縮性二次元定常流の運動方程式に境界層近似を適用し、粘性項を微少項として無視すると次式となる。

$$\frac{\tau}{\rho} = \nu \frac{du}{dy} - \overline{u'v'} = (\nu + E) \frac{du}{dy} \quad (1)$$

$$\frac{\tau}{\rho} = 1 - \epsilon, \quad \epsilon = \frac{y}{R} \quad (2)$$

滑動摩擦係数は、水深が十分大きい場合を考慮して、次のように仮定する。

$$a) \quad \epsilon_2 \leq 0.5$$

$$E = K u_* R \epsilon (1 - \epsilon)$$

$$E_t = K u_* R \epsilon_2 (1 - \epsilon_2)$$

$$b) \quad 0.5 \leq \epsilon_2 < 1$$

$$E = K u_* R \epsilon (1 - \epsilon) / 4 \epsilon_2 (1 - \epsilon_2)$$

$$E_t = K u_* R / 4$$

$$c) \quad \epsilon_2 = 1$$

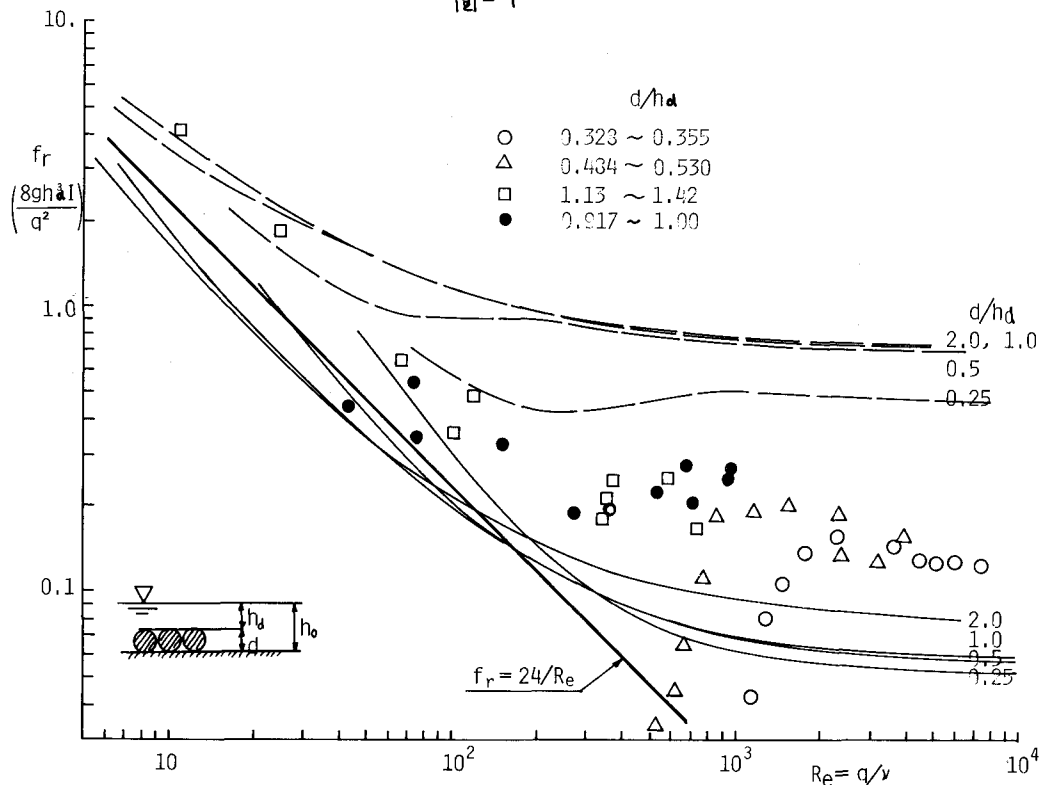
$$E = K u_* R / 4$$

$$E_t = K u_* R / 4$$

(3)

粘着層内でのせん断力は一定とし、式(2)、(3)を式(1)に代入して積分すると、各境界面の流速が連続することから次式となる。

図-1



$$\frac{U}{U_*} = \frac{U_* R}{\nu} \eta \quad \text{for } \eta \leq \eta_1 \quad (4), \quad \frac{U}{U_*} = \frac{U_* R}{\nu} \left[\eta_1 + \frac{(\eta - \eta_1) \{ 2 - (\eta - \eta_1) \}}{2(1 + E_* / \nu)} \right] \quad \text{for } \eta_1 \leq \eta \leq \eta_2 \quad (5)$$

$$\frac{U}{U_*} = \frac{U_* R}{\nu} \left[\eta_1 + \frac{(\eta - \eta_1) \{ 2 + (\eta - \eta_1) \}}{2(1 + E_* / \nu)} + \frac{\alpha}{2k} \ln \left| \frac{R_* (\eta - \eta_1)^2 - R_* (\eta - \eta_1) - 1}{R_* (\eta - \eta_1) - R_* (\eta - \eta_1) - 1} \right| - \frac{R_*}{\sqrt{R_* + R_*}} \ln \left| \frac{2R_* (\eta - \eta_1) - R_* + \sqrt{R_* + R_*}}{2R_* (\eta - \eta_1) - R_* + \sqrt{R_* + R_*}} \right| \right] \quad \text{for } \eta_2 \leq \eta \leq 1 \quad (6)$$

$R_* = K U_* R / \alpha \nu$, $\alpha = 1$ for $\eta_2 < 0.5$, $\alpha = 4(\eta_2 - \eta_1) \{ 1 - (\eta_2 - \eta_1) \}$ for $0.5 \leq \eta_2 < 1$
 $R_* \gg 1$, $\eta \approx 1$ として Nikuradse の実験結果と比較すると、粘性層厚は次式となる。

$$\frac{U_* R}{\nu} \eta = A_1 - \frac{1}{K} \left[\ln \frac{k_s / R}{\eta - \eta_1} + \frac{(\eta - \eta_1) \{ 2 - (\eta - \eta_1) \}}{2(1 + E_* / \nu)} \right] \quad (7), \quad A_1 = 8.5 + 0.744 \left(\frac{U_* R}{\nu} - 3.3 \right)^{\frac{1}{2}} \exp \{ -0.077 \left(\frac{U_* R}{\nu} - 3.3 \right) \} \quad (8)$$

乱流層厚 δ は要素に従い、 $\eta_2 - \eta_1 = \frac{k_s}{R_*} [1 - \exp \{ 0.055 (U_* R / \nu - 3.3) \}]$ (9) とする。

図-1 の実験は R_* を一定にして式 (4) ~ (9) で計算した $Re \sim \eta$ の関係で、破線は粘性層厚 $\eta_1 = 0$ として求めた $Re \sim \eta$ の関係である。この実験結果は水深を河床下においた R_* を用いたもので、傾斜河床を往くすると d/R_* の小さいほど η の値は大きくなり、水深として R_* を用いると η の値は 3 ~ 20 倍となる。計算値と実験結果と比較すると、粘性層厚を式 (7) で評価した実験と無視した破線の中間にあつて、Schlichting, chain 等によって河床面位置が提示されているが、薄層流の粘性層厚は水深が十分大きい場合にそれに較べ薄いと考えることによってある程度実験結果を説明できるものと考えられる。

図-2 は河床勾配を一定に行なつた豊久・神田 (1952, 53 年) の実験結果と河床勾配を一定にして計算した結果と比較したものである。実験結果は Schlichting の幾何学的基準面によるものであつて、具体的数値が明らかでないの direct 比較することはできないが、実験結果と計算曲線の傾向はよく一致しているといえよう。

図-1. 2k おい

図-2

て、 Re 数の増大とともに η の値が大きくなるのがあるがこれは神田らに指摘しているように流れが層流から乱流へ移行する遷移領域での実験資料とみられる。

壁面近傍における流れの場に関する実験資料をまとめれば、薄層流の抵抗則を把握するのに、河床位置の決定のみならず、粘性層厚・乱流層厚にも注目する必要があるといふことが考えられる。以後の研究をこの面から進めたい。

