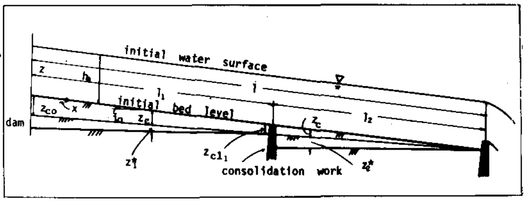
床固め上下流部の河床変動

八雲建設コンサルタント　正員　○奥田　真二
鳥取大学　工学部　正員　鈴木　幸一
鳥取大学　工学部　正員　道上　正規

1. はじめに　ダム建設などにより上流からの供給土砂が減少した場合の河床低下量を減少させるべく河床の一部を固定してしまう床固め工がなされることがある。このように河川を横断して設置する床固めの主な機能としては，河床低下の軽減および河床勾配の緩和であるが，特に流量，流砂量の多い洪水時に有効にその機能を果すものでなければならない。本研究は，床固め上下流部の河床低下の時間的変化を理論的，実験的に明らかにすることによって，床固めの水理機能を明らかにしようとするものである。

2. 理論的考察　道上[1]は，流砂の連続式に，擬似等流の仮定に基づく水流の運動方程式および流砂の連続式から得られる関係を代入することによって，次式(1)で表わされる河床変動に関する拡散型の方程式を導いた。すなわち，



図－1　記号図

$$\frac{\partial z}{\partial t}=K\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \qquad (1)$$

ただし，z：河床高，t：時間，x：流下方向距離 であり，拡散係数に相当するKは流砂量式として佐藤・吉川・芦田式を用いると，$K=(21/20)(1/(1-\lambda))\varphi F(\tau_0/\tau_c)\, q/sA$ である。ここで，q_s：単位幅当りの流砂量，$s=\sigma/\rho-1$，σ：砂の密度，ρ：水の密度，λ：砂の空隙率，q：単位幅流量，u：平均流速，F：τ_0/τ_cの関数，τ_0：掃流力，τ_c：限界掃流力，φ：粗度の関数，$A=u/u_*$，u_*は摩擦速度である。この基礎式(1)を図－1に示すように河川上流端にダムを建設し流入砂を0とし，下流端水位が一定になるように制御されている河川区間lの上流ダムサイトを原点($x=0$)とし，そこから距離l_1の地点に天端を現河床高と一致させた床固めを設置した場合の床固め上下流部の河床低下問題に適用する。境界条件および初期条件を求めるために，実験的事実に基づいて次のような仮定を設ける。すなわち，

仮定：1)水路下流端($x=l$)では河床低下は生じない。

2)床固め部($x=l_1$)上下流では，床固め上で限界水深が生じ始めるまでは，上下流の水位は連続的であって河床低下量も上下流で連続的に変化する。

3)床固め上で限界水深が生じると床固め上の水位は低下しないので，床固め直上部での河床低下は止まる。

4)上流から給砂のないダム直下流部での河床勾配は砂の限界勾配に等しく，また床固め部で限界水深が生じた後の床固め直下流の河床勾配は床固め上流部から流入する土砂を掃流するに必要な勾配となる。

いま，床固め上($x=l_1$)で限界水深が生じる時間をt_cとし，その時の元河床からの河床低下量をz_cとする。

(1)　$t\leqq t_c$の場合　この場合，図－1においてlをl_1，l_2区間の2つに分けて考える必要なく，全区間lにわたって考えてよい。上記の仮定に基づくと，境界条件および初期条件は，

$$\left.\frac{\partial z(x,t)}{\partial x}\right|_{x=0}=i_0-i_c \quad , \quad z(x,t)\Big|_{x=l}=0 \quad , \quad z(x,t)\Big|_{t=0}=0 \qquad (2)$$

であって，ここに，i_0：元河床勾配，i_c：砂の限界勾配である。式(2)の条件の下の式(1)の解は，Kを一定とすると，

$$z=-(i_0-i_c)\left[(l-x)-\frac{2}{l}\sum_{n=0}^{\infty}e^{-K\{(2n+1)\pi/2l\}^2 t}\left\{\frac{2l}{(2n+1)\pi}\right\}^2\cos\frac{(2n+1)\pi}{2l}x\right] \qquad (3)$$

となる。

(2) $t > t_c$ の場合の $0 \leqq x \leqq l_1$ 区間：いま，$t^* = t - t_c$ と変数変換し，$t^* = 0$ に対する，$0 \leqq x \leqq l_1$ 区間の初期勾配 i_{10} を近似的に，$i_{10} = i_0 - (z_{c0} - z_{cl_1})/l_1$ とする。ただし，z_{c0} および z_{cl_1} は各々の z_c の $x=0$ および l_1 の値である。この場合，式(1)を解く際の境界条件，初期条件および式(1)の解は各々，

$$\left.\frac{\partial z_1^*(x,t^*)}{\partial x}\right|_{x=0} = i_{10} - i_c \quad , \quad \left. z_1^*(x,t^*)\right|_{x=l_1} = 0 \quad , \quad \left. z_1^*(x,t^*)\right|_{t^*=0} = 0 \qquad (4)$$

$$z_1^* = -(i_{10} - i_c)\left[(l_1 - x) - \frac{2}{l_1}\sum_{n=0}^{\infty} e^{-K\{(2n+1)\pi/2l_1\}^2 t^*}\cdot\left\{\frac{2l_1}{(2n+1)\pi}\right\}^2 \cos\frac{(2n+1)\pi}{2l_1}x\right] \qquad (5)$$

と表わされる。ここに，$z_1^* = z(t) - z_c$ である。

(3) $t > t_c$ の場合の $l_1 \leqq x \leqq l_2$ 区間：いま，$x^* = x - l_1$ と変数変換した場合，$x^* = 0$ でのこの区間への流入砂量 q_{sin} が0でなく時間的に変化する。仮定4)より $x^* = 0$ での河床勾配は q_{sin} を流すのに必要な勾配 i_c' となり，また，$t^* = 0$ での $l_1 < x \leqq l_2$ 区間での初期河床勾配 i_{20} を近似的に $i_{20} = i_0 - z_{cl_1}/l_2$ で表わすと，式(1)をとく境界条件，初期条件および式(1)の解は各々，

$$\left.\frac{\partial z_2^*(x^*,t^*)}{\partial x^*}\right|_{x^*=0} = i_{20} - i_c' = f(t^*) \quad , \quad \left. z_2^*(x^*,t^*)\right|_{x^*=l_2} = 0 \; , \quad \left. z_2^*(x^*,t^*)\right|_{t^*=0} = 0 \qquad (6)$$

$$z_2^* = -\frac{2}{l_2}K\sum_{n=0}^{\infty}\cos\frac{(2n+1)}{2l_2}\pi x\int_0^{t^*} f(\alpha)\, e^{-K\left\{\frac{(2n+1)\pi}{2l_2}\right\}^2(t^*-\alpha)}\, d\alpha \qquad (7)$$

となる。式中，$f(\alpha) = i_{20} - i_c'(\alpha)$ であり，$z_2^* = z(t) - z_c$ である。

(4) i_c', z_{cl_1}, および t_c について：i_c' は流砂量式として佐藤・吉川・芦田式を用いると，$i_c' = (1/h g^{1/3})(s q_{sin}/\varphi F)^{2/3}$ で表わされ，式中の q_{sin} は $q_{sin} = -(1-\lambda)\int_0^{l_1}\frac{\partial z_1^*}{\partial t^*}dx$ から計算され，

$$q_{sin} = 4K(1-\lambda)(i_{10} - i_c)\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n\frac{1}{(2n+1)\pi}e^{-K\left\{\frac{(2n+1)\pi}{2l_1}\right\}^2 t^*} \qquad (8)$$

であるから，i_c' を計算することができる。つぎに，床固め上で限界水深が生じる時の床固め直下流部の河床低下量は，床固め部と下流側で等流水深になった断面とで運動量保存の関係式をたてることによって，

$$\frac{z_{cl_1}}{h_c} = \left\{2F_r^2\left(\frac{F_r^2 - 1}{F_r^2 + 2}\right) + 1\right\}^{1/2}\cdot\frac{3}{2 + F_r^2} - 1 \qquad (9)$$

である。ただし，$F_r = u/\sqrt{g h_0}$，g：重力加速度，h_0：等流水深，h_c：限界水深である。式(3)において $x = l_1$，$z = z_{cl_1}$ とすることによって t_c を求めることができる。

3．実験的考察　図-2および図-3は各々最後まで床固め上で限界水深が生じないような水理条件での実験と途中で限界水深が生じる場合の実験結果と計算結果との関係を示したものである。すなわち，任意点(x)における河床低下量の時間的変化について示しているが，河床波の影響から実験データに大きなばらつきはあるものの，総じて計算値は実験データの傾向をかなり良く把握しているものと考えられる。ただ，図-2の $x = 751$ cm の実験値が計算結果を上回っているのは境界条件に問題が残されている可能性があると，そして図-3の $x = 550$ cm の鎖線部は局所洗掘の影響であると考えられる。

(参考文献) 1) 道上正䂓：京都大学学位論文，1971，pp121-128

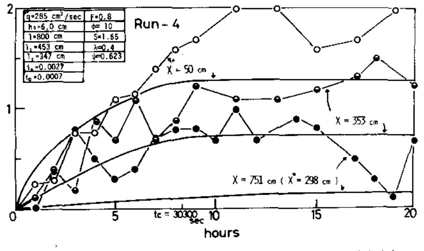


図-2 河床低下量の時間的変化（t_cの生じる場合）

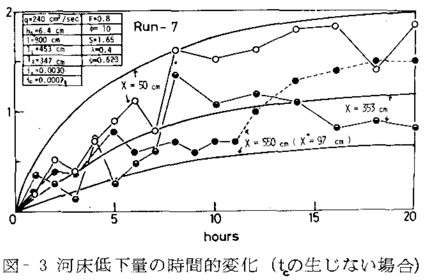


図-3 河床低下量の時間的変化（t_cの生じない場合）