

貯留方程式の水路特性パラメータについて

広島大学工学部 正員 常松 芳昭

1. まえがき

一般に、河道内における洪水流を追跡計算しようとする場合、河道そのもののモデリングの他に、不定流解析法としてどのような方法を用いればよいかが問題となる。今日、数値解法が進歩しているとはいえ、水路の不規則性に起因して、実河道を分布型システムとしてよりもむしろ集中型システムとして取り扱ったいわゆる入・出力モデルが簡便で実用的であることに変わりはないようである。ところで、Muskingum 法などの入・出力モデルに属する不定流の近似解法の多くは連続方程式と貯留方程式に基礎をおり、用いられる貯留方程式にはいくつものパラメータが含まれている。しかし、こうしたパラメータの内部構造については不明の点が多く、この方面の洪水追跡法を発展させるためにも、貯留方程式のパラメータの具体的解明が望まれるところである。上述の観点から、本研究ではすでに提示した一様水路に対する貯留方程式のパラメータについて若干の検討を行った。以下において、得られた結果を示すことにする。

2. 一様水路に対する貯留方程式

一様水路における不定流の貯留方程式の誘導はすでに報告¹⁾されているが、議論の便宜上、以下にその概要を簡単に述べておく。長方形断面一様水路における不定流の基礎方程式は、横からの流入・流出のないとき、

$$\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \quad (1) \quad i - \left(1 - \frac{Q^2}{gH^3}\right) \frac{\partial H}{\partial x} = \frac{1}{gH} \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{2Q}{gH^2} \frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{n^2 Q^2}{\rho^2 H^{10/3}} \quad (2)$$

である。ここに、 H : 水深、 Q : 単位幅流量、 i : 水路床勾配、 n : 粗度係数、 g : 重力の加速度、 t : 時間、 x : 流下距離、 $\rho = \{B/(B+2H_0)\}^{2/3}$ 、 B : 水路幅、 H_0 : 洪水時平均水深、である。式(1)、(2)に上流端ハイドログラフに関連した変数の線形変換を適用すれば、次式で定義される無次元量

$$\mu = \frac{H_{mc}(H_{mc} - H_{oc})}{i Q_m T_0} \quad (3) \quad \text{但し、} H_{mc} = \sqrt[3]{Q_m^2/g}, \quad H_{oc} = \sqrt[3]{Q_0^2/g}, \quad Q_m: \text{ピーク流量}, \quad Q_0: \text{初期定常流量}, \quad T_0: \text{洪水継続時間}$$

は、洪水流の場合、1より極めて小さいことから、式(1)、(2)の変換結果の摂動解が得られ、任意地点の水深と水面勾配の理論解が求められる。ここで、一様水路における不定流の水面形は上・下流の二地点の水深と水面勾配をみたす三次曲線で近似されうるとして、先の理論解を用いれば、結局、一様水路に対する貯留方程式として、

$$S = \alpha (I^{3/5} + O^{3/5}) \quad (4) \quad \alpha = \frac{1}{2} \frac{n^{3/5}}{\rho^{3/5} i^{3/10}} L B^{3/5} \quad (5)$$

が得られている。ここに、 S : 区間内貯留量、 I : 水路区間への流入流量、 O : 水路区間からの流出流量、 L : 水路区間長、 α : パラメータ、である。

ところで、一様水路の場合、経験的な Muskingum 式は、 $S = K(I^{3/5} + O^{3/5})/2$ となるので²⁾、式(4)と対比すれば、比例係数 K は 2α に等しいことがわかる。したがって、一様水路の制約は受けるが、パラメータの定義式(5)より、従来の Muskingum 式の比例係数 K の内部構造の一端をうかがい知ることができる。

3. パラメータ α の推定

実際に洪水追跡計算に式(4)を用いるとすれば、実測資料より α を同定する必要がある。ところが、開水路不定流については、流量～貯留量の関係は一般にループを描き、水路内のくさび型貯留量が增大するにつれて、そのふくらみは大きくなることが知られている。よって、通常の場合、式(4)のパラメータ α は一義的に決定されないのて、流量 I と O を用いて連続条件より区間内貯留量 S を求め、最小二乗法を適用することによって α を推定せざるをえない。すなわち、推定値 $\bar{\alpha}$ は次式によって求められる。

$$\bar{\alpha} = \frac{[S \cdot C]}{[C \cdot C]} \quad (6) \quad \text{但し, } [X \cdot Y] = \sum_f X(t_f) Y(t_f), \quad C = I^{3/5} + 0^{3/5}$$

4. $\bar{\alpha}$ と水路特性量の関係

パラメータ α を与える式(5)はいくつかの仮定のもとに理論的に導かれたものであるが、これをより明確なものにするため、一樣水路における不定流の数値シミュレーションを行い、その結果をもとにして前節の方法により $\bar{\alpha}$ を算出してみた。まず、用いた計算条件は $l=1/1000$, $\eta=0.025(\text{m}\cdot\text{s})$, $B=100\text{ m}$ の半無限の長さの長方形断面一樣水路および図-1に示す上流端における流量時間曲線である。また、不定流追跡計算には2段階Lax-Wendroff法を用いた。なお、この場合の不定流の特性分類指標の μ は 4.85×10^{-3} であり、モデル洪水は実際洪水に近いものである。

図-2は不定流計算結果より S と $(I^{3/5} + 0^{3/5})$ の対応関係の時間的変化を示したものである。図中の直線の勾配は推定値 $\bar{\alpha}$ に相当している。同図において、水路区間長が大きくなるにしたがい、 δ の字型のループが顕在化することがわかる。しかし、水路区間長が10 km程度以下であれば、 S と $(I^{3/5} + 0^{3/5})$ との間にはほぼ比例関係、つまり、式(4)が成立するとみて十分なことがうかがわれる。

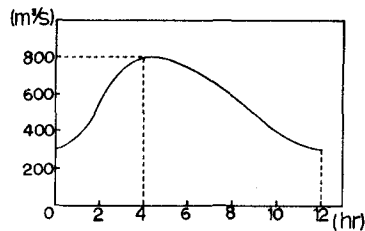


図-1 モデル洪水

図-3は推定値 $\bar{\alpha}$ と水路区間長 L の関係を示したものであるが、同図より、 $\bar{\alpha}$ は L とほぼ完全な比例関係にあることが知られる。このことは理論式(6)の $\alpha \propto L$ の関係の妥当性を示唆している。

つぎに、図-4は、 $L=8, 16\text{ km}$ の場合について、得られた $\bar{\alpha}$ と水路幅 B との関係を両対数紙上にプロットしたものである。同図において、直線の勾配はいずれも0.4であることから、 $\bar{\alpha} \propto B^{0.4}$ の関係が存在することがわかる。ここで、式(5)において、広幅水路の場合、 $\beta \approx 1$ なることを考慮すれば、理論的にも $\alpha \propto B^{0.4}$ の関係が得られるので、図-4の結果は式(5)の一証左と考えてよいことは明らかである。以上、要するに、一樣水路に対する貯留方程式のパラメータ α の推定値は水路長の1乗に比例し、かつ水路幅の $2/5$ 乗に比例するという結果は、 α の内部構造を規定する理論的な式(5)の妥当性を裏書きするものといえよう。

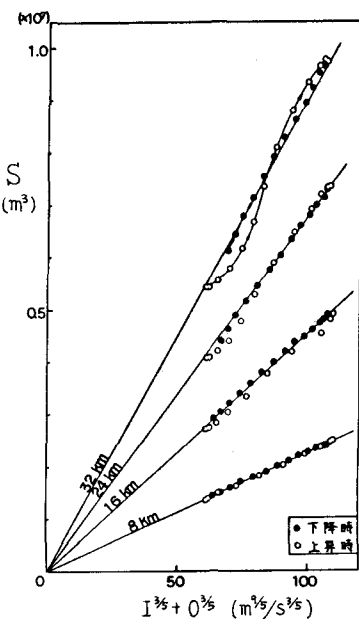


図-2 流量～貯留量の関係

5. おまけ

不定流の数値シミュレーション結果を利用して貯留量解析を行い、パラメータ α と水路特性量との関係について若干の考察を行ったが、今後、こうした結果を手掛かりに、洪水追跡のパラメトリック・モデルについてより詳細な検討を試みたいと考えている。

参考文献

- 1) 常松芳昭：洪水追跡における実河道の単純化に関する一考察，土木学会論文報告集，No. 274。
- 2) Chow, V. T. : Open-Channel Hydraulics, McGraw-Hill, 1959。

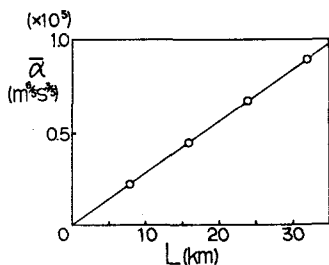


図-3 $L \sim \bar{\alpha}$ の関係

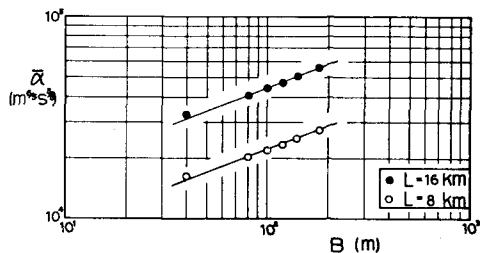


図-4 $B \sim \bar{\alpha}$ の関係