

動的荷重をうける平面骨組の一非弾性解析

中電技術コンサルタントK・K 正員 ○ 堀部守宏
徳島大学 工業短期大学部 正員 平尾 潔
徳島大学 工学部 正員 児嶋弘行

1. まえがき 本研究は、簡単な動的荷重をうける平面骨組を対象として、断面力-断面変形関係の非線形な履歴特性ならびに幾何的非線形性を考慮した接線剛性法による一動的弾性解析法について研究し、図-4に示すような簡単な骨組の動的応答計算を行ない、これらの非線形性が動的応答に及ぼす影響について若干の考察を加えたものである。

2. 解析上の仮定 本研究の動的弾性解析では、つぎのような仮定を設けている。(1) 骨組を構成する材料は完全弾塑性体とする。(2) 荷重はすべて節点に作用するものとする。(3) 骨組の質量はすべて節点に集中するものとし、減衰は無視する。(4) 断面力として曲げモーメント (M) と軸方向力 (N)、断面変形として曲率 (ϕ) と軸方向歪み (ε) を考えるものとする。(5) 部材要素 $\bar{i}$ 内の任意点 $\bar{x}$ の曲率 $\phi_{\bar{x}}$ は、式(2)のように表わされるものとする。(6) 任意の荷重(時間)増分間では断面力と断面変形との関係は、変化しないものとする。

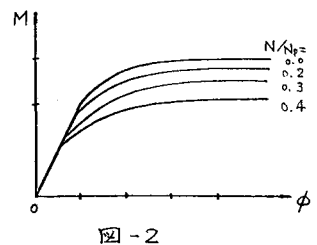
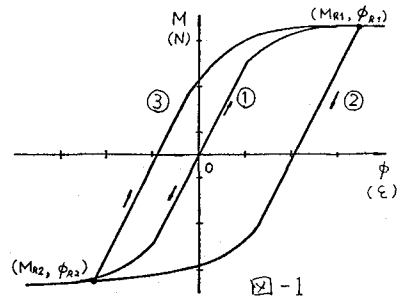
3. 断面力と断面変形との関係 一般に、繰返し荷重をうける場合の断面力-断面変形関係(以下 $M-N-\phi$ 関係ならびに $M-N-\varepsilon$ 関係と呼ぶ)は、材料(鋼材)の応力-歪み特性に起因して図-1に示すような履歴過程となることが知られている。従って、静的繰返し荷重や動的荷重をうける骨組の弾塑性挙動を解析する場合には、このような $M-N-\phi$ (ε) の履歴関係をいかに忠実に解析に反映させるかということが問題となるが、この関係を正確に追跡して解析することは困難である。そこで本解析では文献1)と同様に、図-1の履歴関係を Skelton curve と Descending branch および Ascending branch とからなる Hysteresis branch とに分けて、後者の curve は前者の curve を既知としてその2倍の幾何的形狀を有するものと仮定して、これらの curve をつぎのように近似することにした。以下では $M-N-\phi$ 関係についてのみ示し、 $M-N-\varepsilon$ 関係は省略する。① Skelton curve $M = \Phi(\phi)$,

② Descending branch $M' = \Phi(\phi')$, ③ Ascending branch $M'' = \Phi(\phi'')$ — (1)

ここで、Skelton curve の $M-N-\phi$ 関係 $M = \Phi(\phi)$ は、図-2に示すように既知とし、 $M' = -(M - M_{R1})/2$, $\phi' = -(\phi - \phi_{R1})/2$, $M'' = (M - M_{R2})/2$, $\phi'' = (\phi - \phi_{R2})/2$ であり、 (M_{R1}, ϕ_{R1}) , (M_{R2}, ϕ_{R2}) は図-2に示すような Reverse 点の曲げモーメントおよび曲率を表わす。なおこのようにしても Skelton curve の $M-N-\phi$ 関係 $M = \Phi(\phi)$ は求める必要があるが、本解析ではこの関係を文献3)と同様に、適当な断面力の組合せについて数値積分法でこの関係を求めてあらかじめ作成した $M-N-\phi$ 表を用いて比例配分することにより求めるようにしている。また、以上で定義した履歴関係の下で、部材要素 $\bar{i}$ 内の任意点 $\bar{x}$ における曲率 $\phi_{\bar{x}}$ と曲げモーメント $M_{\bar{x}}$ との関係は、式(2)のように表わされるものとした。

$$\left. \begin{aligned} ① \text{ Skelton curve } \phi_{\bar{x}} &= (\alpha + \beta M_{\bar{x}})/EI \\ ② \text{ Descending branch } \phi_{\bar{x}} &= [\alpha_{R1} + 2\alpha' + (\beta_{R1} - \beta)(M_{R1} + (M_{R2} - M_{R1})\xi/\ell) + \beta' M_{\bar{x}}]/EI \\ ③ \text{ Ascending branch } \phi_{\bar{x}} &= [\alpha_{R2} - 2\alpha'' + (\beta_{R2} - \beta)(M_{R2} + (M_{R2} - M_{R1})\xi/\ell) + \beta'' M_{\bar{x}}]/EI \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

ただし $\alpha = EI(\phi_{R1} - \phi_{R2})/\Delta M$, $\beta = EI(\phi_{R1} - \phi_{R2})/\Delta M$, $\Delta M = M_{R1} - M_{R2}$ であり、 ϕ_{R1} , ϕ_{R2} は要素の軸方向力 N およ



び要素端 i, j の曲げモーメント M_i, M_j に対応する i 端および j 端の曲率である。また、 $(\alpha_{e1}, \beta_{e1}), (\alpha_{e2}, \beta_{e2})$ は、 (α, β) において $(M_i, M_j, \phi_i, \phi_j)$ の代わりそれぞれDescending branch, Ascending branch へのReverse点の i, j 端の曲げモーメントと曲率 $(M_{iR1}, \alpha_{e1}, M_{jR1}, \beta_{e1}), (M_{iR2}, \alpha_{e2}, M_{jR2}, \beta_{e2})$ を、 $(\alpha', \beta'), (\alpha'', \beta'')$ は、それぞれ $(M_i', \phi_i', M_j', \phi_j'), (M_i'', \phi_i'', M_j'', \phi_j'')$ を代入したものである。

4. 基本式 本解析で用いた基本式を以下に簡単に示す。

(1) 静的解析に必要な基本式(骨組の復元力特性)

式(2)を用いて梁-柱理論により図-3の材端部材力 $S^* = \{N, M_{ij}, M_{ji}, \{u, v, w\}^T$ との関係は、文献(2)と同様に式(3)のように求められる。

$$S^* = R^* \cdot U^* + C^* \quad (3)$$

$$\text{ここで } \begin{bmatrix} EA/l_0 & 0 & 0 \\ 0 & EIC_1/\beta l & EIC_2/\beta l \\ 0 & EIC_2/\beta l & EIC_1/\beta l \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} u = l_0 - l \\ T_{i(j)} = \theta_{i(j)} - R \\ C^* = \{-EA(u_i + u_j)/l_0, -\alpha_i/\beta, \alpha_j/\beta\}^T \end{matrix}$$

であり、 u_i は湾曲に伴う軸方向変形、 C_1, C_2 は安定関数である。

上式中の l, u_i が $M-N-E$ 関係に、 α_i, β_i が $M-N-\phi$ 関係に関する非線形要素であり、後者についてのみ示せば式(4)のようである。

① Skeleton curve ; $\alpha_i = \alpha_j = \alpha$

② Descending branch ; $\alpha_{i(j)} = \alpha_{e1} + 2\alpha' + (\beta_{e1} - \beta')M_{ijR1}, \beta = \beta'$ ③ Ascending branch ; $\alpha_{i(j)} = \alpha_{e2} - 2\alpha'' + (\beta_{e2} - \beta'')M_{ijR2}, \beta = \beta''$ (4)

式(3)を部材座標系 $\xi-\eta$ に対する材端力-材端変位関係、さらに基準座標 $x-y$ に変換して重ね合わせれば、骨組全体に対する静的釣合方程式が剛性行列 (K) 、荷重項 (L) を用いて式(5)のように得られる。

$$P = K \cdot U + L \quad (5)$$

ここで、 n は骨組の節点数とすると、 $P = \{P_1, P_2, \dots, P_n\}^T, P_i = \{R_{i1}, R_{i2}, M_{i1}, M_{i2}\}^T, U = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}^T, u_i = \{\alpha_i, \beta_i, \theta_i\}^T$ である。つぎに式(3)より材端部材力増分に対する式を誘導し先と同様な変換をすることにより、骨組全体に対する静的な増分釣合方程式が接線剛性行列 (K_t) を用いて式(6)のように得られる。

$$dP = K_t \cdot dU \quad (6)$$

ここで、 $dP = \{dP_1, dP_2, \dots, dP_n\}^T, dP_i = \{dR_{i1}, dR_{i2}, dM_{i1}, dM_{i2}\}^T, dU = \{du_1, du_2, \dots, du_n\}^T, du_i = \{d\alpha_i, d\beta_i, d\theta_i\}^T$ である。

(2) 動的解析に必要な基本式 (1)で得られた式(5), (6)に慣性力項を付加することにより、骨組全体に対する運動方程式ならびに増分運動方程式は式(7)(8)のように得られる。

$$P = M \ddot{U} + K \cdot U + L \quad (7) \quad dP = M \cdot d\ddot{U} + K_t \cdot dU \quad (8)$$

ここで、 M は骨組全体の質量行列で、 $\ddot{U} = \{\ddot{u}_1, \ddot{u}_2, \dots, \ddot{u}_n\}^T, \ddot{u}_i = \{\ddot{\alpha}_i, \ddot{\beta}_i, \ddot{\theta}_i\}^T, d\ddot{U} = \{d\ddot{u}_1, d\ddot{u}_2, \dots, d\ddot{u}_n\}^T, d\ddot{u}_i = \{d\ddot{\alpha}_i, d\ddot{\beta}_i, d\ddot{\theta}_i\}^T$ である。

つぎに、式(8)を線形加速度法の関係を用いて変形すれば変位を未知数とする増分基本式(9)を得る。

$$dR = K_t \cdot dU \quad (9)$$

ここで時間 Δt 増分前の速度・加速度ベクトルをそれぞれ $\dot{U}_h, \ddot{U}_h$ とすると、 $dR = dP + M(\delta \ddot{U}_h / \delta \Delta t + 3\ddot{U}_h)$ 、 $K_t = K + 6M/\delta \Delta t$ である。なお、本解析では式(7), (9)を用いて収束計算を行ない動的応答を求めるようにしている。

5. 計算例 図-4に示す矩形断面からなる片持梁に対する計算結果を講演会当日にO.H.Pで紹介するが、一例として図-4に4, 8, 16等分割して動的弾性解析した結果を示す。

6. むすび 本研究で明らかとなったことを列挙すればつぎのようである。(1)幾何的非線形性を考慮した場合の方が、無視した場合より応答変位は大きくなり、周期は長くなる傾向がある。(2)非弾性解析した場合には、弾性解析した場合より応答変位は履歴減衰により小さくなり、周期は長くなる傾向がある。(3)本研究では部材内の曲率を式(2)のように直線近似しているため、非弾性部材の要素分割には注意を要する。

参考文献 1)坂本 順;地震荷重をうける重層骨組の動的挙動, JSSC, VOL.9, No.90, '73.6, 2)平尾 晃治;平面骨組の弾塑性解析における幾何的および材料の非線形性の影響について, 土木学会第33回年次学術講演会講演要録集I-48, 3)成行 平尾 晃治;断面力-断面変形関係の作表とそれを利用した平面骨組の弾塑性解析, 2)と同じI-47

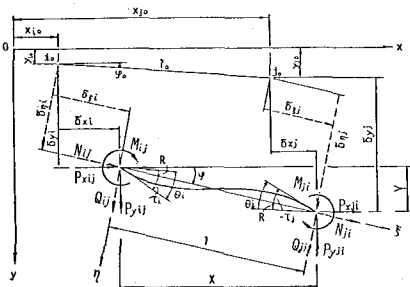


図-3

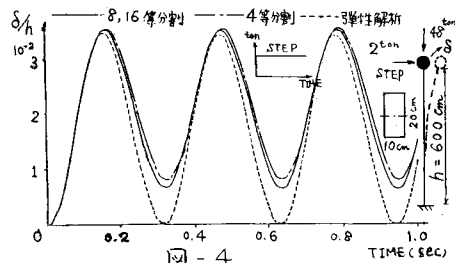


図-4