

確率過程論による複鉄筋ばりの信頼性解析

鳥取大学工学部 正会員 ○ 白 木 渡
鳥取大学工学部 正会員 高 岡 宣 善

1. まえがき 構造部材に作用する荷重ならびに部材強度は、不規則性を有する多くの要因から構成されており、しかも部材の耐用期間中に時間に関して不規則に変動する確率過程である。このような構造部材の信頼性をより適確に評価するために、著者らは、先に多くの不規則要因からなる構造部材の信頼性解析と確率過程論を用いて行い、例として単鉄筋長方形ばりを取り上げて信頼性解析を行った¹⁾。同様の手法を用いて今回は複鉄筋コンクリートばりの信頼性解析を行った。

2. 多くの不規則要因で構成される部材の信頼性 強度 $R(t)$ の構成要因 $X_1(t), X_2(t), \dots, X_n(t)$ および荷重 $S(t)$ の構成要因 $Y_1(t), Y_2(t), \dots, Y_m(t)$ がいずれも正規定常確率過程であり、かつ互いに非相関である場合を考える。強度劣化の本質からして $R(t)$ は非定常な確率過程となるが、この点を考慮して部材の信頼性を実際に評価することは非常に困難である。したがって、本研究では $R(t)$ および $S(t)$ の構成要因を、計算が比較的簡単で一般に広く用いられている正規定常確率過程とした。さらに計算の簡単化をはかるために線形近似理論を導入する。 $R(t)$ および $S(t)$ が同一時点 $t=t$ において、 $X_i(t)=X_i, \dots, X_n(t)=X_n$ および $Y_j(t)=Y_j, \dots, Y_m(t)=Y_m$ の関数として、 $R(t)=R=\varphi_r(X_1, X_2, \dots, X_n)$, $S(t)=S=\varphi_s(Y_1, Y_2, \dots, Y_m)$ と表わされる場合に、線形近似理論を導入すれば $R(t)$ および $S(t)$ は次のように表わされる：

$$\left. \begin{aligned} R(t) &= R = \varphi_r(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n) + \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{x}_i) \frac{\partial \varphi_r}{\partial X_i}(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n) \\ S(t) &= S = \varphi_s(\bar{y}_1, \bar{y}_2, \dots, \bar{y}_m) + \sum_{j=1}^m (Y_j - \bar{y}_j) \frac{\partial \varphi_s}{\partial Y_j}(\bar{y}_1, \bar{y}_2, \dots, \bar{y}_m) \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

ここに、 $\bar{x}_i, \bar{y}_j$ はそれぞれ X_i, Y_j の期待値である。いま、 $Z(t) = R(t) - S(t)$ で定義される新たな確率過程を導入すると、部材の破壊という事象は $Z(t)$ が $Z(t) = 0$ を負超過することであると考えられる。 $R(t)$ および $S(t)$ の各構成要因が正規定常確率過程で互いに非相関である場合には $Z(t)$ およびその導関数 $dZ(t)/dt$ もまた正規定常確率過程となり、この場合の超過確率の時間密度 $p(0)$ は、次式で与えられる¹⁾。

$$p(0) = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n g_i^2 K_{x_i}''(0) + \sum_{j=1}^m h_j^2 K_{y_j}''(0)}{\sum_{i=1}^n g_i^2 D_{x_i} + \sum_{j=1}^m h_j^2 D_{y_j}}} \cdot \exp \left[- \frac{\left\{ \varphi_r(\bar{x}_1, \dots, \bar{x}_n) - \varphi_s(\bar{y}_1, \dots, \bar{y}_m) \right\}^2}{2 \left(\sum_{i=1}^n g_i^2 D_{x_i} + \sum_{j=1}^m h_j^2 D_{y_j} \right)} \right] \quad (2)$$

上式中、 $g_i = \frac{\partial \varphi_r}{\partial X_i}(\bar{x}_1, \dots, \bar{x}_n)$, $h_j = \frac{\partial \varphi_s}{\partial Y_j}(\bar{y}_1, \dots, \bar{y}_m)$, $K_{x_i}''(\tau) = d^2 K_{x_i}(\tau)/d\tau^2$, $K_{y_j}''(\tau) = d^2 K_{y_j}(\tau)/d\tau^2$, $\tau = t_2 - t_1$ である。また、 D_{x_i}, D_{y_j} は X_i, Y_j の分散で、 $K_{x_i}(\tau), K_{y_j}(\tau)$ は X_i, Y_j の自己相関関数である。 $Z(t)$ の負領域への超過がまれである場合、すなわち $Z(t)$ の期待値が $Z(t) = 0$ から十分はなれた正の値をとるとき、超過の回数はポアソン分布で近似でき、部材の全破壊確率 $P_f(t)$ は時間 t の関数として次式のように表わせる：

$$P_f(t) = 1 - \{1 - F_z(0)\} \cdot \exp\{-p(0) \cdot t\} \quad (3)$$

ここに、 $F_z(0)$ は $t = 0$ における部材の破壊確率、すなわち強度および荷重の構成要因と正規確率変数とした場合の破壊確率で次式で求まる：

$$F_z(0) = \frac{1}{Z} - \Phi \left[\frac{\varphi_r(\bar{x}_1, \dots, \bar{x}_n) - \varphi_s(\bar{y}_1, \dots, \bar{y}_m)}{\sqrt{\sum_{i=1}^n g_i^2 D_{x_i} + \sum_{j=1}^m h_j^2 D_{y_j}}} \right] \quad (4)$$

ここに、 $\Phi(u) = (1/\sqrt{2\pi}) \int_0^u \exp(-t^2/2) dt$ はガウスの誤差関数である。

3. 複鉄筋長方形ばりの信頼性 曲げと受け終局状態に達した複鉄筋長方形ばりは、次の4つの相異なる破壊形式のいずれかで破壊する(図-1参照)：(I) 圧縮鉄筋の降伏を伴う引張破壊 ($p-p' > p_y$ かつ $p-p' < p_b$)、(II) 圧縮鉄筋の降伏を伴わない引張破壊 ($p-p' < p_y$ かつ $p-p' < p_b'$)、(III) 圧縮鉄筋の降伏を伴う圧縮破壊 ($p-p' > p_y$

かつ $p-p' > p_b$), (IV) 圧縮鉄筋の降伏を伴わない圧縮破壊 ($p-p' < p_g$ かつ $p-p' > p_b$)。ただし, p, p' はそれぞれ引張側および圧縮側の鉄筋比, p_g は圧縮鉄筋の降伏の有無を規定する鉄筋比, p_b は単鉄筋ばりの場合のつり合い鉄筋比, p_b' は p_b を用いて表わされる鉄筋比で, それぞれ次式で与えられる:

$$p_g = \frac{r_1 r_3 E_u E_s \delta f_c}{f_y (E_u E_s - f_y)}, \quad p_b = \frac{r_1 r_3 E_u E_s f_c}{f_y (E_u E_s + f_y)}, \quad p_b' = p' \frac{\{E_u E_s (1-\delta) - (1+\delta) f_y\}}{f_y} + p_b \quad (5)$$

ここに, f_y : 鉄筋の降伏点強度; f_c : コンクリートの円柱供試体の圧縮強度; r_1 : コンクリートの平均応力度とコンクリートの最大応力度との比; r_3 : コンクリートの最大応力度と円柱供試体の圧縮強度との比; E_u : コンクリートの終局ひずみ; E_s : 鉄筋の弾性係数; δ : 圧縮縁から圧縮鉄筋図心までの距離と有効高さとの比 (= 深さ比) である。ACI 規準では, 圧縮破壊の危険をさけることにならないうちに圧縮鉄筋を有効に使用することを考えて, (I) の形式ではりが崩壊するように鉄筋比 (= $p-p'$) を規定している。しかしながら, f_y および f_c は本来不規則変数であるので, 式(5)で示される p_g, p_b, p_b' も不規則変数となり, ACI 規準の鉄筋比を用いても (I) の形式以外で崩壊する可能性がある。また各崩壊形式におけるはりの終局強度も f_y と f_c の関数で与えられる (本研究では Hognestad の理論³⁾を用いている) ので, 2つの不規則要因で構成される確率変数であると考えられる。いま, f_y および f_c を正規確率変数, 作用荷重 $S(t)$ を正規確率過程と考え, 線形近似理論を用いると, 耐用期間 T におけるはりの破壊確率 $Q = P_f(T)$ は, 次式で与えられる。

$$Q = P_{fI}(T) \cdot P[p-p' > p_g, p-p' < p_b] + P_{fII}(T) \cdot P[p-p' < p_g, p-p' < p_b] + P_{fIII}(T) \cdot P[p-p' > p_g, p-p' > p_b] + P_{fIV}(T) \cdot P[p-p' < p_g, p-p' > p_b] \quad (6)$$

ここに, $P_{fI}(T) \sim P_{fIV}(T)$ は, (I) ~ (IV) の崩壊形式ではりが破壊する (荷重が終局強度を超える) 確率で, 式(3)より求まる。また, $P[\dots]$ は, 事象 $[\dots]$ が生起する確率である。式(6)において, 計算を簡単化するために各崩壊形式が生起する確率とその崩壊形式ではりが破壊する確率を独立としているが, p_g, p_b, p_b' はうばにはりの終局強度とともに f_y および f_c の関数であるので厳密には独立ではない。しかし, 単鉄筋ばりの場合での計算結果であるが, これらを独立とみなしてもよいことがわかっているので, 本研究においてもこれらを独立と考える。

4. 数値計算例 数値計算は f_y および f_c が正規確率変数として与えられる複鉄筋長方形ばりに, 自己相関関数 $K_S(\tau) = D_0 \exp(-d\tau^\alpha)$ を有する正規定常確率過程である荷重 $S(t)$ が作用する場合について行った。その一例を図3および図4に示す。2つの図は, それぞれ f_c の変動係数 V_c が 0.118 および 0.2 の場合の破壊確率と鉄筋比 $p-p'$ との関係を示したものである。いずれの場合も $r_1 = r_3 = 0.85$, $E_u = 0.003$, $E_s = 2.04 \times 10^4 \text{ kg/cm}^2$ とした。図において, $\bar{f}_y, \bar{f}_c$ は f_y, f_c の期待値, V_y, V_s は $f_y, S(t)$ の変動係数, ν は (I) の崩壊形式の終局強度の期待値と荷重の期待値との比で表わされる中央安全率である。2つの図から明らかなように, $p-p'$ の値によって (I) の形式以外で破壊する確率がかかなりある。 V_{f_c} が大きくなると ACI 規準で規定されている鉄筋比でも (II) および (IV) の形式で破壊する確率がある。

- 1) 高岡・白木・山根: 多くの不規則要因で構成される構造部材の確率過程論による信頼性解析, 土木学会論文報告集, No. 269, pp. 29-37, 1978-1.
- 2) J.F. Costello and K-han Chu: Failure Probability of Reinforced Concrete Beams, Jour. of Str. Div., ASCE, Vol. 95, No. S710, pp. 2281-2304, 1969-10.
- 3) 関岡田・堤・北田・柳沼: 終局強度理論による鉄筋コンクリートばりの設計, 国民科学社, 1975.

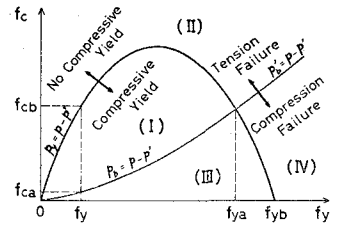


図 - 1

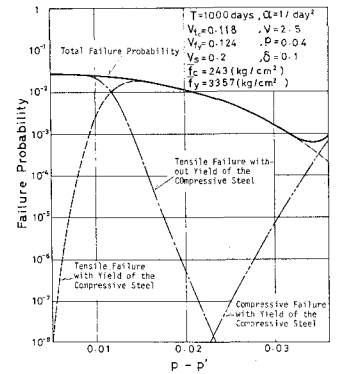


図 - 2

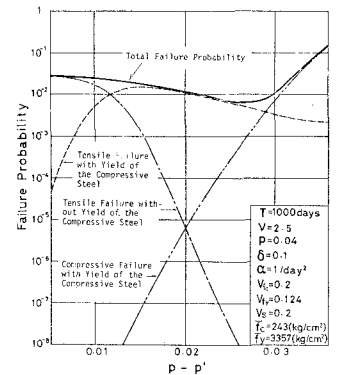


図 - 3