

愛媛大学 正員 見沢繁光 ○正員 大須水田生
徳山高専 正員 金松留美 正員 原 隆

1. はじめに

サンドイッチ板の解析は有限要素法などにより数多く行なわれているが、多層サンドイッチ板の解析はそれほど見られない。多層サンドイッチ要素については、Lundgren らが応力仮定のハイブリッド型剛性マトリックスを、Khatua らが三角形および矩形要素の剛性マトリックスを誘導している。前者は各層の心材のせん断比が一定という仮定を用いており、適用範囲が限定される。一方、後者はこの仮定を用いておらず、より多くのケースに適用可能であるが、要素の自由度が非常に多くなる欠点がある。そこで、本研究では Finite Strip Method (F.S.M.) により多層サンドイッチ板の曲げ解析および座屈解析を行ない、その解の妥当性を比較検討した。また、多層サンドイッチ板の曲げ試験を行ない理論値と比較検討を行なった。

2. 多層サンドイッチ帯板要素の剛性マトリックス

図-1 に多層サンドイッチ帯板要素を示している。nodal line でたわみ w 、たわみ角 $\theta = \frac{\partial w}{\partial x}$ 、面内変位 u 、 v の自由度を仮定するが、 u 、 v は各層で任意であるので各枚の表板よりなる多層サンドイッチ板では $(2+2n)$ 個の自由度となる。多層サンドイッチ板の変形状態を図-2 に示している。サンドイッチ板の変形は表板の曲げ、表板の伸び、そして心材のせん断の3つの成分に分けることができる。サンドイッチ帯板要素の剛性マトリックスはこれらの3つの変形成分に対する剛性マトリックスつまり表板の剛性マトリックス [SM]、表板の面内剛性マトリックス [SP]、そして心材のせん断剛性マトリックス [SC] をまとめることにより得られる。[SM]、[SP] については多くの文献に述べられているので、ここでは [SC] の誘導についてその概略を述べる。

要素内のたわみ w を nodal line 上のたわみ、たわみ角の成分 W_m^e で表わすように仮定する。

$$w = \sum_{m=1}^n C S_m W_m^e \quad (1)$$

$$C = \left[1 - \frac{3x^2}{b^2} + \frac{2x^3}{b^3}, x - \frac{2x^2}{b} + \frac{x^3}{b^2}, \frac{3x^2}{b^2} - \frac{2x^3}{b^3}, \frac{x^3}{b^3} - \frac{x^2}{b} \right]$$

$$S_m = \sin m\pi/a \cdot y$$

また、面内変位 u 、 v も nodal line 上の面内変位成分 U_m^e で次のように仮定する。

$$\begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix} = \sum_{m=1}^n C_{pm} U_m^e \quad (2)$$

$$C_{pm} = \begin{bmatrix} (1 - \frac{x}{b}) S_m & 0 & \frac{x}{b} S_m & 0 \\ 0 & (1 - \frac{x}{b}) C_m & 0 & \frac{x}{b} C_m \end{bmatrix}$$

$$C_m = \cos m\pi/a \cdot y$$

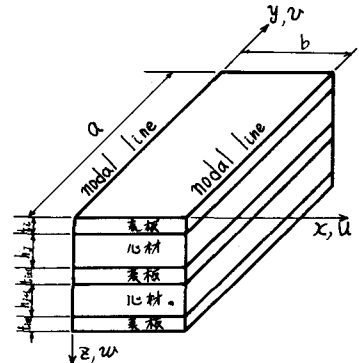


図-1 多層サンドイッチ帯板要素

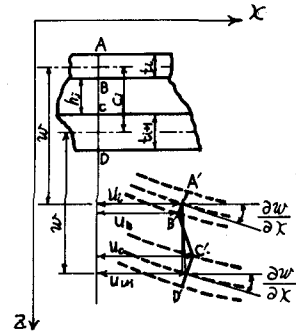


図-2 サンドイッチ板の変形

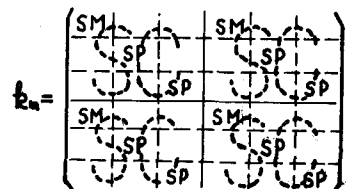


図-3 帯板要素の剛性マトリクス

サンドイッチ板のせん断ヒズミは変位 u, v, w で次のように表わされる (図-2 参照)

$$\left. \begin{aligned} r_x &= \frac{C_j}{h_j} \left[\frac{u_{i+1} - u_i}{C_j} + \frac{\partial w}{\partial x} \right] \\ r_y &= \frac{C_j}{h_j} \left[\frac{v_{i+1} - v_i}{C_j} + \frac{\partial w}{\partial y} \right] \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

式(3)の u, v, w に式(1), (2)を代入し、せん断によるポテンシャルエネルギーより [SC] を求める。

図-3 にサンドイッチ板要素の剛性マトリックスを作成する際の [SM], [ESP], [SC] の組み込み位置を示している。

3. 数値計算および考察

図-4 は四辺単純支持で等分布荷重を受ける 7 layer サンドイッチ板の最大たわみ収束状態を示している。横軸の分割数は 1/2 板の分割数であり、変位関数項数 m をパラメータにとっている。収束状態はかなり良く分割数 4, $m=5$ で収束している。図-5 は四辺単純支持でセグメントに集中荷重を受ける 7 layer サンドイッチ板の載荷点と載荷点から 1/2 離れた点のたわみの収束状態を示している。載荷点から 1/2 離れた点では等分布荷重の場合とよく似た収束状態を示しているが、載荷点での収束状態は悪く 8 分割, $m=21$ でも収束していない。

図-6 に示す 7 layer サンドイッチ板を用いて四辺単純支持でセグメントに集中荷重を載荷する曲げ試験を行った。図-7 にたわみの実験値と理論値を示しており、載荷点以外では両者は良く一致しているが、載荷点では理論値がかなり大きくなっている。なお、今回の実験の試験体の断面諸量が数値計算を行なうとせん断によるたわみが曲げによるたわみよりかなり大きくなり、載荷点で折れ曲がる理論曲線となる。

座屈に関する数値計算結果を次に示す。図-8 は四辺単純支持で一向圧縮荷重を受ける 7 layer サンドイッチ板の座屈荷重の収束状態を示している。収束状態はかなり良く、1/2 板の 4 分割で収束している。図-9 に四辺単純支持で一向圧縮荷重を受ける 7 layer サンドイッチ板の F.S.M. による解と伝達マトリックス法 (T.M.M.) による解を示している。いずれの形状比 (%) でも両者は良く一致しており、その差は約 3% である。

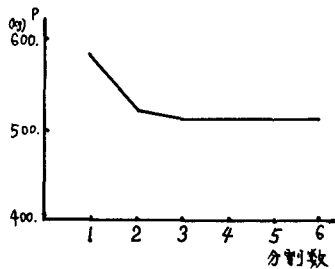


図-8 座屈荷重の収束状態

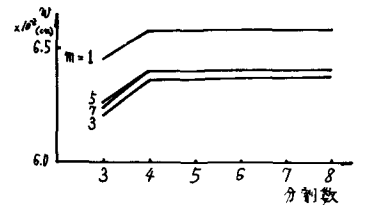


図-4 たわみの収束状態 (等分布荷重)

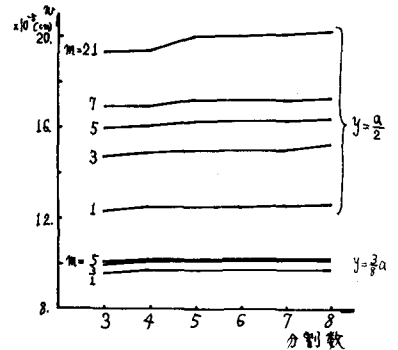


図-5 たわみの収束状態 (集中荷重)

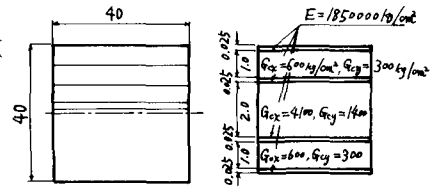


図-6 サンドイッチ板試験体

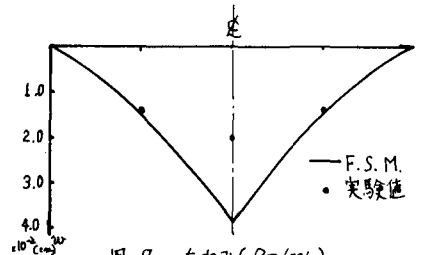


図-7 たわみ ($P=100 \text{ kg}$)

表-1 座屈荷重

%	F.S.M.	T.M.M.	モード
0.4	987.6 kg/cm²	954.6 kg/cm²	1
0.7	566.0	576.9	1
1.0	507.8	524.8	1
1.2	527.6	550.5	1
1.6	528.2	542.3	2
2.0	507.7	524.8	2

参考文献

Chan and Foo; Buling of Multi-Layer Sandwich Plates by the Finite Strip Method, I.J.M.S., P447-456, 1977