

徳島大学工学部

正員 尾島 勝

運輸省第一港湾建設局

正員 足立 一美

徳島大学大学院

学生員 〇西内 剛三

1 まえがき

筆者らは、これまでに自由地下水における干渉効果に関して^{1), 2), 3)}2, 3の報告を行い、透水係数および有効間隙率の変化特性の解明が不可欠であることを指摘した。今回、さらに数値解析的検討ならびに透水係数および有効間隙率の変化特性の解明を試みたので、ここに報告する。

2. 砂層モデルと基礎方程式

浸透領域として、図-1に示すような両端境界を有する長方形の砂層モデルを考える。初期水位が不透水性基盤上 H_0 にあるとき、両境界で外水位が変化する場合には、Darcy則および連続の式より準一次元流の仮定のもとに、つぎの基礎方程式が得られる。

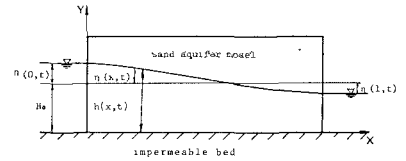


図-1 砂層モデル

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = \frac{k(x, t)}{\lambda(x, t)} \left\{ (H_0 + \eta) \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} + \left(\frac{\partial \eta}{\partial x} \right)^2 \right\} + \frac{1}{\lambda(x, t)} (H_0 + \eta) \frac{\partial \eta}{\partial x} \frac{\partial k(x, t)}{\partial x} \quad (1)$$

ここに、 k は透水係数、 λ は有効間隙率であり、一般的に x および t の関数と考えている。

透水係数および有効間隙率を一定とすれば、次式となることは周知のとおりである。

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = \frac{k}{\lambda} \left(H_0 \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \eta^2}{\partial x^2} \right) \quad (2)$$

とくに、 $\eta \ll H_0$ のとき式(2)は次式となる。

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = \frac{k H_0}{\lambda} \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} \quad (3)$$

3. 基礎方程式の非線形性の評価

基礎方程式(2)の非線形性を一般的に論ずるために、

$$u = \eta/H_0, \quad X = x/l, \quad T = \frac{k H_0}{\lambda l^2} t \quad (4)$$

とすると、式(2)および式(3)は無次元化されて次の各式となる。

$$\frac{\partial u}{\partial T} = \frac{\partial^2 u}{\partial X^2} + u \frac{\partial^2 u}{\partial X^2} + \left(\frac{\partial u}{\partial X} \right)^2 \quad (5)$$

$$\frac{\partial u}{\partial T} = \frac{\partial^2 u}{\partial X^2} \quad (6)$$

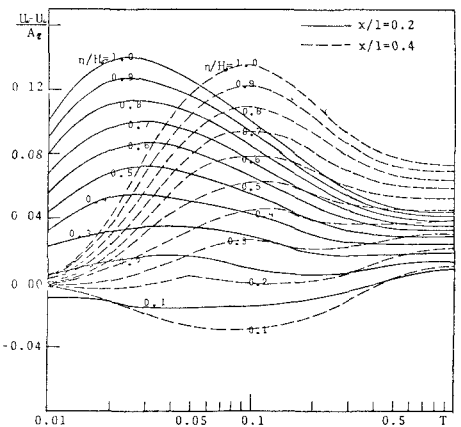


図-2 一端ステップ上昇の非線形性

非線形方程式(5)の差分解を u_N 、線形方程式(6)の差分解を u_L とし、外水位の最大変動量を $A\eta$ として、次式で非線形方程式(5)の非線形性を表現することにする。

$$\frac{u_N - u_L}{A\eta} \quad (7)$$

図-2は、つぎの初期条件および境界条件を与えたときの式(7)の計算値を示したものである。

$$\left. \begin{aligned} u(X, 0) &= 0 \\ u(0, T) &= \eta/H_0, \quad u(1, T) = 0 \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

すなわち、滞水層の一端で外水位の急激な上昇が生じた場合である。図より明らかなように、時間係数 T の小さい浸透の初期に非線形性が大きく、ある時刻において最大値を示した後、定常状態に至るまで漸減する。この場合、 $T=0.7$ 以後ほとんど変化がなく、定常状態に達していると考えられる。 η/H_0 の影響についてみれば、 $\eta/H_0=0.3$ 以上では式(7)が正の値を示し η/H_0 の増大とともに非線形性も増大している。 $\eta/H_0=1.0$ では非線形性がかなり大で最大14%にも及んでいるが、 $\eta/H_0=0.2$ 以下では $\pm 3\%$ 以下で小さい。また、非線形性は外水位変動端($X=0$)から遠ざかるにつれて小さくなり、時間的にも遅れていることがわかる。

図-3は、つぎの初期条件および境界条件を与えたときの式(7)の計算結果である。

$$\left. \begin{aligned} u(X, 0) &= 0 \\ u(0, T) &= \eta/H_0, \quad u(1, T) = \eta/H_0 \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

すなわち、滞水層の両端で外水位の急激な上昇が生じた場合である。この場合も浸透の初期に非線形性が大きく、滞水層のどの位置においても η/H_0 の値にかかわらず、 $T=0.1$ 以前に最大値を示している。この両端ステップ上昇について特徴的なことは、式(8)の一端ステップ上昇の場合と異なり、外水位変動端付近よりも滞水層中央で非線形性が大きく、他端からの影響が如実に現われていることである。また、一端ステップ上昇の場合に比較して非線形性が顕著である。

4. 透水係数および有効間隙率の変化特性

k/λ の変化特性を解明するために、式(1)を差分表示して整理すれば、次式が得られる。ただし、 $\frac{\partial z}{\partial x} = 0$ と仮定する。

$$Kx = \frac{1}{1 - \frac{Q}{P} \Delta x} \left(K_{x+\Delta x} - \frac{R}{P} \Delta x \right) \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \text{ここで、} K &= k/\lambda, \quad P = (H_0 + \eta_x)(\eta_{x+\Delta x} - \eta_{x-\Delta x}) / 2\Delta x \\ Q &= (H_0 + \eta_x)(\eta_{x+\Delta x} - 2\eta_x + \eta_{x-\Delta x}) / \Delta x^2, \quad R = (\eta_{t+\Delta t} - \eta_{t-\Delta t}) / 2\Delta t \end{aligned}$$

式(10)から $K = k/\lambda$ を求めるためには、境界条件が必要である。

そこで、外水位の変動しない滞水層の端部では、 K の値は飽和浸透の場合の値のまま不変であると仮定する。

図-4は有効径 $D_{10}=0.58$ 、均等係数 $C_u=2.16$ 、透水係数 $k=0.43$ 、間隙率 $n=0.40$ の砂層モデルによる実験結果から式(10)により k/λ の値を求めたものである。浸透の初期に k/λ は非常に大きな値をとるものとわかる。

図-5は、 k/λ を一変とした場合と、図-4に示す直線で時間 t のみの関数として近似した場合との水位 η の計算結果を示している。 k/λ の変化を考慮することによって、実験結果とのよい一致を得ることができる。

5. あとがき

基礎方程式の非線形性と k/λ の変化特性について簡単に述べたが、十分に意をつくすことができなかった。別の機会を得て詳細に報告したい。最後に、実験にご協力いただいた立石秀樹氏に感謝の意を表す。

- 参考文献 1) 尾島・足立・広井「自由地下水の変動に及ぼす干渉効果に関する実験的考察」第28回土木学会中・四国講演概要
2) 尾島・足立「自由地下水の変動に及ぼす干渉効果に関する実験的考察(Ⅱ)」第29回土木学会中・四国講演概要
3) 尾島・足立「自由地下水の変動に及ぼす干渉効果の数値解析的検討」第32回土木学会年次講演概要

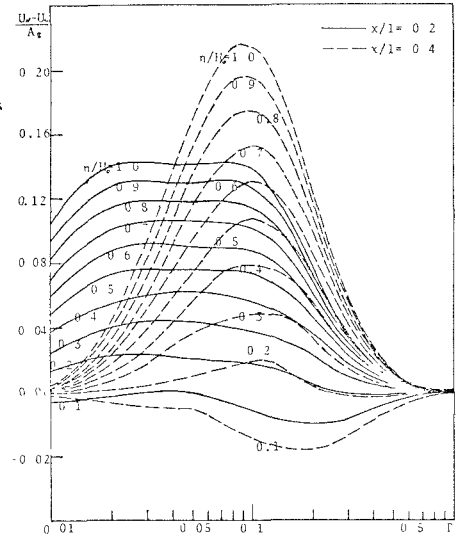


図-3 両端ステップ上昇の非線形性

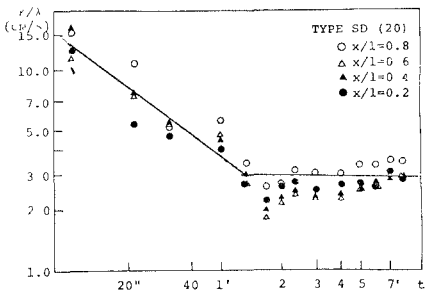


図-4 k/λ の変化特性

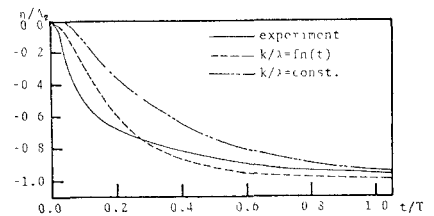


図-5 k/λ の相違による水位応答特性