

最適規準法に基づく設計法について

愛媛大学工学部 正員 大久保 禎二
徳島市役所 正員 稲木 進

1 まえがき

構造システムの最適設計問題に関して、これまで主として数理計画法に基く解法が研究され、種々の成果が得られている。一般に、応力度、部材寸法などの制約条件のみを考慮する場合には大規模構造物においても、これらの設計法により比較的容易に最適解を決定することができるが、たわみなどの剛性に関する制約条件が支配的となる最適設計問題では複雑な数値計算を必要とし、さらに設計変数の増加に伴い解の振動が生じ、全域的な最適解を決定するために多くの計算量が必要となる場合が多い。このような大規模最適設計問題に関して、近年、構造物の物理的あるいは数学的特性に着目し、まず最適解が満足すべき設計規準を導入し、この規準にしたがって最適な設計諸元を単純な操作により決定する最適規準法が提案されている。本研究はたわみ制限が支配的となる構造物を対象として最適規準法による設計法の基礎的研究を行ない、鋼工桁道路橋に適用した例を示すものである。

2 設計法の概要¹⁾

構造物の最適設計においては応力、寸法、座屈、剛性などに関する多くの制約条件を考慮する必要があり、従来の数理計画法にもとづく最適設計法では、これらすべての制約条件を同時に考慮し最適解を決定している。一方最適規準法では各制約条件をそれぞれ独立に考慮し、各制約条件毎に設計規準を導入し、これによって各設計変数の最適解を求め、各設計変数に対して最も支配的となる値を最終的な最適解として決定する方法である。(envelope法)ところで、構造物の析要素、部材などの各構成要素について Suboptimization を行うことにより、部材要素に関するすべての制約条件を、次式に示す各部材の部材力(F)あるいは応力(σ)の制約条件のみに集約させることができる。

$$F_i(X, C) \leq F_{a_i}(X, D) \quad \text{or} \quad \sigma_i(X, C') \leq \sigma_{a_i}(X, D') \quad (i=1, \dots, M) \quad \text{----- (1)}$$

ここに、 $X = (X_1, \dots, X_N)$ 、 N : 設計変数の数、 M : 構成要素数、 C, C', D, D' : 設計パラメータ(定数)

したがって、たわみ制限を有する構造物の最適設計問題において考慮すべき制約条件式は、(1)式およびたわみ制限に関する制約条件式

$$\delta_j(X, E) \leq \delta_{a_j}(X, E') \quad (j=1, \dots, ND) \quad \text{----- (2)}$$

ここに、 ND : 考慮すべきたわみ制限の数、 E, E' : 設計パラメータ(定数)

となる。最適規準法では、まず(1)式および(2)式をそれぞれ独立に考慮し、それぞれの最適解を求めるわけであるが、(1)式に対する最適解の近似解は、不静定構造物においても $F = F_a$ とし、Suboptimization より得られた関係曲線を利用することにより容易に決定することができる。次に式(2)のたわみ制限に関しては、 $\delta_j = \delta_{a_j}$ として次式の Lagrange 関数を導入し、

$$W^* = W(X, 0) - \lambda [\delta_j(X, 0') - \delta_{a_j}] \quad (j=1, \dots, ND) \quad \text{---- (3)}$$

ここに、 $W(X, 0)$: 目的関数、 λ : Lagrange 乗数、 $0, 0'$: 定数

上式の局所的最小点が有すべき必要条件より次式を得る。

$$\frac{\partial W^*}{\partial X_i} = \frac{\partial W}{\partial X_i} - \lambda \frac{\partial \delta_j}{\partial X_i} = 0 \quad (i=1, \dots, N) \quad \text{---- (4)}$$

上式を X_i について整理することにより $\delta_j = \delta_{a_j}$ とするための X_i の最適規準を導入することができる。(3参照) (1)式および(4)式より決定された X を比較し、各 X_i について最も支配的な値を最適解の近似値とする。次にこの近似解を改良するわけであるがこの場合、各制約条件において変化させ得る active な設計変数として、その制約条件により最も支配的な値を決定される設計変数のみ考慮し、他の設計変数は passive な設計変数として定数と仮定する。このように X の改良を繰り返すことにより最適解を決定するものである。(図-1参照)

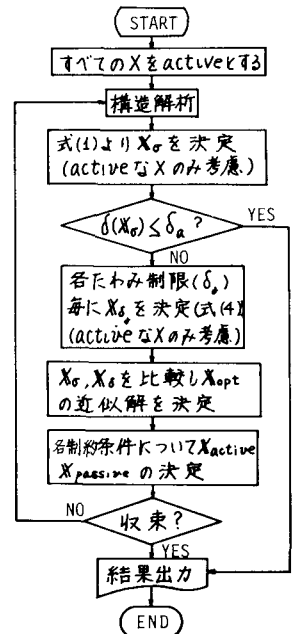


図-1 最適規準法の概念的な流れ図

3 鋼I桁の設計例

上で述べた設計法により製作費を最小とする鋼I桁の最適設計を行なった例を示す。

(1) 最適規準の導入

鋼I桁の桁要素の Suboptimization より得られた断面二次モーメント(I)と最大抵抗曲げモーメント(RBM)および最小製作費(COST)関係曲線を用いることにより、各桁要素の設計変数を断面二次モーメント(I)および要素長(l)に集約する。いま、目的関数Wとして式(5)を考慮すると、式(1)のみを考慮した最適解は、各桁要素について $F=F_d$ とすることにより、著者の提案した図式最適設計法²⁾により容易に決定することができる。この場合 $F=F_d$ が式(1)に対する最適規準となる。

$$W = \sum_{i=1}^{NM} COST_i \cdot l_i \quad \text{----- (5)}$$

ここに、 $COST_i$ 桁要素iの単位長さ当りの製作費、 NM 桁要素数

次に、桁の絶対最大たわみ δ の制限に関して $\delta = \delta_a$ とし Lagrange 関数 W^* を導入する。

$$W^* = (W_{x_0} + \sum_{i=1}^m COST_i \cdot l_i) + \lambda (\sum_{i=1}^m \frac{\partial_i}{l_i} - \delta_a + \delta_{x_0}) \quad \text{ここに、} \partial_i = \int_0^{l_i} (MM/E) dl_i \quad \text{----- (6)}$$

W_{x_0} 式(1)の応力の制約条件により最適解が決定される設計変数群 X_0 による桁の製作費、 λ Lagrange 乗数、 $\partial_{x_0} : X_0$ による桁のたわみ量、 m たわみ制限に対して active な設計変数の総数、 $M, \bar{M}$ 実荷重および仮想荷重 $\bar{P}=1$ による桁の曲げモーメント

文献3)より、桁のたわみ制限に対しては、図式解法より得られた l_i が最適な l_i となるので、本研究では l_i のみを設計変数として考慮し、式(6)より $\frac{\partial W^*}{\partial l_i}$ を求め、これを l_i について整理すると次式を得る。

$$l_i = \frac{1}{\delta_a - \delta_{x_0}} \sqrt{\frac{\partial_i \cdot \Delta I_i}{l_i \cdot \Delta COST_i}} \sum_{j=1}^m \sqrt{\frac{\partial_j \cdot l_j \cdot \Delta COST_j}{\Delta I_j}} \quad \text{----- (7)}$$

上式における $\Delta COST_i$ あるいは $\Delta COST_j$ は各桁要素の Suboptimization より得られた I-COST 関係曲線より図-2に示すように求めることができる。式(7)は桁のたわみ

制限を満足させるために必要となる l_i の最適規準であり、この式より各桁要素の l_i を直接計算することができる。最終的な l_i の最適値は、図-1に示す流れ図にしたがい、通常2~3回の繰り返し計算で決定することができる。

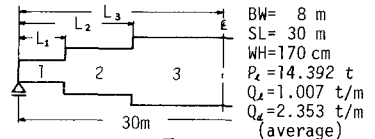


図-3

表-1 図式解法²⁾による最適解

Seg. No.	M	I (cm ⁴)	L (cm)
1	SM50	924247	314
2	SM50	1739784	678
3	SM58	1820343	1500
δ_{max}		4.976 cm	
TCOST		1679876 yen	
CPU TIME		3.03 sec	

表-2 OCM と ICM の比較

Seg. No.	OCM				ICM			
	M	I (cm ⁴)	L (cm)	RBM/BM	M	I (cm ⁴)	L (cm)	RBM/BM
1	SM50	927578	314	1.000	SM50	927579	314	1.000
2	SM50	1747010	678	1.000	SM50	1747013	678	1.000
3	SM58	2042097	1500	1.114	SM58	2042164	1500	1.114
$\delta_a, (\delta_a/\delta_a)$		4.500 cm, (1.000)			4.500 cm, (1.000)			
CPU TIME*(s)		9.02 sec			16.16 sec, (0.1)			
TCOST		1754321 yen			1754339 yen			
1	SM50	938154	314	1.000	SM50	938156	314	1.000
2	SM50	1769955	678	1.000	SM50	1769956	678	1.000
3	SM58	2741876	1500	1.468	SM58	2741920	1500	1.468
$\delta_a, (\delta_a/\delta_a)$		3.500 cm, (1.000)			3.500 cm, (1.000)			
CPU TIME*(s)		9.05 sec			21.99 sec, (0.2)			
TCOST		1973511 yen			1973524 yen			
1	SM50	1022003	314	1.053	SM50	968222	314	1.000
2	SM50	2311020	678	1.253	SM50	2180961	678	1.186
3	SM58	5222492	1500	2.392	SM58	5321566	1500	2.427
$\delta_a, (\delta_a/\delta_a)$		2.000 cm, (1.000)			2.000 cm, (1.000)			
CPU TIME*(s)		9.30 sec			38.08 sec, (0.2)			
TCOST		2783574 yen			2788640 yen			

* Calculated by FACOM 230-28, ** =Move Limit

(表-1の CPU TIME をも加えた全計算時間を表す)

最適規準法の envelope 法は、一般の数理計画法にもとづく設計法と比較して

その論理的な厳密さに欠け、かつ、いかなる種類の制約条件、設計変数に対しても最適規準の導入が可能となるかどうかの検討、応力およびたわみ制限などの複合制約条件に対する最適規準の導入の問題など、今後検討すべき点も多いが、剛性制限が支配的となる構造物の実用的な最適設計法の一方法であるということができよう。

(参考文献) 1) L. Berke and N.S. Khot: Use of Optimality Criteria Method for Large Scale Systems, AGARD Lecture Series No. 70, 1974.

2) 大久保, 奥村: 図式解法による鋼I桁の最適設計, 土木学会論文報告集, 第252号, 1976年8月。

3) 大久保, 山縣, 橋本: 桁高制限を受ける鋼I桁の最適設計法に関する一研究, 愛媛大学紀要工部学第9巻第1号, 昭和53年2月。