確率論的手法による平面骨組の耐荷力評価に関する基礎的研究

徳島大学工学部　正員　児島弘行
徳島大学工業短期大学部　正員　平尾潔
八千代エンジニヤリング(株)　正員　○矢野敏雄

1. まえがき

本研究は、鋼構造物の耐荷力に影響を及ぼすランダムな諸因子（初期たわみ、および、降伏応力）を正規確率過程としてとらえ、それらをモンテ・カルロ法によりシミュレーションし、これらを有するH型断面両端ピン支持柱を非線形弾塑性解析プログラムを用いて解析し、柱の耐荷力と上記ランダム因子との相関関係を把握しようとするものである。また、変形法におけるつり合い方程式に含まれるランダム性を考慮し得る解析手法に関する基礎的研究として、剛性行列要素のばらつきを考慮した弾性解析の基本式を、統計的二次モーメントを用いて導びき、変形法の適用範囲の拡大を図ろうとした。なお、上述の二つの研究を便宜上、それぞれ、研究A、研究Bと呼ぶことにする。

2. 研究A

(1) ランダムな初期たわみ、および、降伏応力のシミュレーション

骨組部材の初期たわみは、任意の位置での確率変数であり、有限長さの部材の場合、部材端の初期たわみは確率1でゼロに等しいことから、これを非定常正規確率過程$W(\xi)$に従うものと仮定した。ここに、ξは部材端からの距離xを部材長lで除した無次元量である。また、降伏応力は各断面においてのみならず、部材軸方向にもばらつきをもっており、部材端部の拘束条件などとは無関係な材料自身の有するランダム性であることから、これを定常正規確率過程$X(\xi)$に従うものと仮定した。したがって、これらのランダム量はその平均関数と自己相関関数が与えられれば決定でき、本研究ではこれらをつぎのように与えた。[1)]

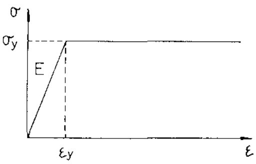


図-1

平均関数

初期たわみ　$\overline{W}(\xi) = 0$　　$R_W(\xi_1,\xi_2) = \sigma_0^2 \sum_{i=1}^{3} p_i \sin i\pi\xi_1 \sin i\pi\xi_2$

降伏応力　$\overline{X}(\xi) = 2400$　　$R_X(\xi_1,\xi_2) = \sigma_1^2 \exp(-g|\xi_1-\xi_2|)$

σ_0　$l/400,\ l/600,\ l/800,\ l/1000$;　p_i：$p_1 = 1.0,\ p_2 = 0.15,\ p_3 = 0.03$

σ_1：$0.0\sigma_y,\ 0.05\sigma_y,\ 0.08\sigma_y,\ 0.1\sigma_y$;　$\sigma_y = 2400\ \mathrm{kg/cm^2}$;　$g = 0$;　$\xi = x/l$

(2) 非線形弾塑性解析法について

ランダムな初期たわみを有する柱の耐荷力を論じる場合、細長比が中程度の柱は弾塑性座屈をすることに注意する必要がある。そこで、その耐荷力を議論しようとするならば、それを十分精度よく解析できる構造解析手法が必要となる。本研究では幾何的非線形要素として軸方向力による曲げの影響、部材の湾曲に伴う軸方向変形、部材回転に伴う軸方向変形、部材回転の二次項、および、骨組の原形とつり合い形とのずれを考慮し、材料の非線形要素として塑性域の拡がりに伴う非線形な断面力と断面変形との関係を考慮した接線剛性法による弾塑性解析法を用いた。なお材料の応力－ひずみ関係は、図-1に示す完全弾塑性体のそれに従うものと仮定した。

3. 研究B

一般に、変形法におけるつり合い方程式は式(1)のようであり、ここに、$\mathbb{P}$は荷重ベクトル、$\mathbb{K}$はランダムな剛性行列、$\mathbb{u}$は変位ベクトルである。ばらつきを有する剛性行列$\mathbb{K}$を、その平均値$\mathbb{K}_0$とランダムな偏差行列$\mathbb{\delta}$との和として表わすものとすれば（式(2)）、マトリックスのテーラー展開により式(1)は、近似的に式(3)のように表わすことができる。したがって、両辺の平均をとれば、変位ベクトルの平均値$\bar{\mathbb{u}}$は、式(4)を解いて求まる。つぎに、変位ベクトルの共分散は、$\mathbb{u} = \bar{\mathbb{u}} + \tilde{\mathbb{u}}$（$\tilde{\mathbb{u}}$は変位のランダム偏差）に注意して式(3)と式(4)の差より式(5)のよ

つに得られ、これより式(6)を解けば変位の共分散が得られる。なお、式(3)では3次以上の微小項を、また、式(6)では5次以上の微小項を無視している。

$$\mathbb{P} = \mathbb{K}\,\mathbb{u} \quad \text{———} (1) \qquad \mathbb{K} = \mathbb{K}_0 + \delta = (\mathbb{I} + \delta\mathbb{K}_0^{-1})\mathbb{K}_0 \quad \text{———} (2)$$

$$\mathbb{K}_0\,\mathbb{u} = \left\{ \mathbb{I} - \delta\mathbb{K}_0^{-1} + (\delta\mathbb{K}_0^{-1})^2 - (\delta\mathbb{K}_0^{-1})^3 \right\} \mathbb{P}_0 = \mathbb{P}_0 + \widetilde{\mathbb{P}}_1 + \widetilde{\mathbb{P}}_2 + \widetilde{\mathbb{P}}_3 \ , \ \widetilde{\mathbb{P}}_i = (-1)^i(\delta\mathbb{K}_0^{-1})^i \quad \text{———} (3)$$

$$\mathbb{K}_0\,\overline{\mathbb{u}} = \mathbb{P}_0 + \overline{\mathbb{P}}_1 + \overline{\mathbb{P}}_2 + \overline{\mathbb{P}}_3 \ , \quad \overline{\mathbb{P}}_i = E[\widetilde{\mathbb{P}}_i] \quad E(\cdot)\text{は期待値を表わす。} \quad \text{———} (4)$$

$$\mathbb{K}_0(\mathbb{u} - \overline{\mathbb{u}}) = (\widetilde{\mathbb{P}}_1 - \overline{\mathbb{P}}_1) + (\widetilde{\mathbb{P}}_2 - \overline{\mathbb{P}}_2) + (\widetilde{\mathbb{P}}_3 - \overline{\mathbb{P}}_3) \quad \text{———} (5)$$

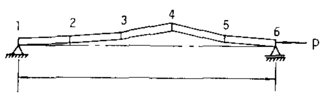
$$\mathbb{K}_0\,\mathrm{cov}(\mathbb{u},\mathbb{u})\,\mathbb{K}_0 = E[\widetilde{\mathbb{P}}_1\widetilde{\mathbb{P}}_1^T] + E[\widetilde{\mathbb{P}}_1\widetilde{\mathbb{P}}_3^T] + E[\widetilde{\mathbb{P}}_3\widetilde{\mathbb{P}}_1^T] + E[\widetilde{\mathbb{P}}_2\widetilde{\mathbb{P}}_2^T] - \overline{\mathbb{P}}_2\overline{\mathbb{P}}_2^T \quad \text{———} (6)$$

したがって、以上の基本式により、一般の変形法と類似の手順で剛性行列のばらつきを考慮した場合の変位の平均値と共分散が求められる。

4 数値計算例および結果

(1) 研究A

2(1)で発生させたランダムな初期たわみ、および、降伏応力を有する図-2のように部材を5等分割した単純支持のH型断面(100×100×6×8)圧縮柱の強軸まわりの荷重-変形挙動を、2.(2)の解析プログラムにより、それぞれ、40回程度シミュレーションした。部材の断面諸量、分割様式等を表と図-3に示す。なお、初期たわみは、部材節点の座標として与えるものとした。



Configuration of pin-ended column
(5 members)

図-2

SECTION	H
b (cm)	10 0
t_w (cm)	0 8
h_w (cm)	8 8
t_f (cm)	0 6
A (cm^2)	19 04
I (cm^4)	310 87
E(kg/cm2)	2100000.0
m	10
n	2
W	40

表

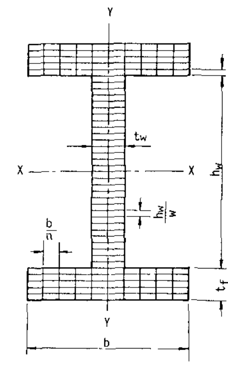


図-3

(2) 研究B

剛性行列のランダム偏差が正規分布に従うものと仮定して解析を行なった。解析の対象とした骨組およびその断面諸量等を図-4に示す。また、本研究の基本式を検討する意味で、モンテ・カルロ・シミュレーションを行ない、その試行回数は1000回とした。

(3) 計算結果

上記(1)(2)に関する解析結果は、講演会当日スライドで紹介する。

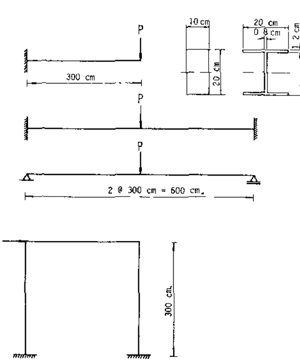


図-4

5 むすび

研究Aに関して、ランダムな初期たわみのみを考慮した場合、(1)座屈荷重の標準偏差は限界細長比付近で最大となる、(2)σ_0の増加に伴い座屈荷重の平均値は減少し、標準偏差と変動係数はほぼ同様の傾向で増大する。(3)初期たわみのばらつきと座屈荷重のばらつきとを比較すれば、座屈荷重のばらつきのほうが反応が鈍い、また、ランダムな初期たわみと降伏応力とを考慮した場合、降伏応力の変動係数と座屈強度の変動係数は、ほぼ比例的に増大する、などが得られた。研究Bに関しては、本解析の基本式は変位の平均値に関してはほぼモンテ・カルロ・シミュレーション結果と一致するが、変位の共分散は、かなり大きな値を与えることがわかった。

参考文献　1)藤本　岩田：鋼圧縮材の座屈強度の確率論的研究、日本建築学会論文報告集、No 218、1974年