非保存トルクを受ける柱の不安定性状について

山口大学　正員　會田忠義
建設省　〃　○末岡　彰
日本鉄塔　〃　津島良和

まえがき　柱のねじりによる座屈は古くGreenhill により解析され、座屈公式が示されている。保存トルクによる座屈については静的解析法により求めたGreenhill 公式は正しいが、非保存トルクを受ける柱の座屈については、非保存問題となるため動的解析法により解析すべきであり、Greenhill 公式に誤りがあることは周知の通りである。Ziegler は2軸対称断面（円）をもつ柱の一定方向集中トルクによる安定性を明らかにしている。[1]本研究は曲げ剛性の異なった2軸対称断面柱に一定方向あるいは従動トルクが作用する場合の安定性を固有値曲線により調べ臨界値を求めるものである。固有値曲線は運動方程式を差分化し、与えられた荷重トルクに対する固有振動数を求めることにより表示した。また、不安定となる臨界点における振動モードをも調べた。

運動方程式　2軸対称断面を取り扱うため、ねじり振動はたわみ振動とは分離される。ここではトルクによるたわみ振動の安定性状を調べるために、たわみに関する運動方程式のみを示す。変形の影響を考慮したときの全体座標軸まわりの曲げモーメント M_x, M_y、せん断力 K_x, K_y は外力分布モーメントを m_x, m_y および m_z とすると、

$$\left.\begin{aligned} M_x &= -\alpha y'' + \nu\omega x' \\ M_y &= \beta x'' + \nu\omega y' \end{aligned}\right\} \cdots(1) \qquad \left.\begin{aligned} K_x &= -\beta x''' - \nu\omega y'' + m_z y' - m_y \\ K_y &= -\alpha y''' + \nu\omega x'' - m_z x' + m_x \end{aligned}\right\} \cdots(2)$$

運動方程式は次式で表わされる[2]。

$$\left.\begin{aligned} \beta x'''' + \nu\omega y''' - 2 m_z y'' - m_z' y' + m_y' + \mu\ddot{x} &= 0 \\ \alpha y'''' - \nu\omega x''' + 2 m_z x'' + m_z' x' - m_x' + \mu\ddot{y} &= 0 \end{aligned}\right\} \cdots(3)$$

ここで、α, β：x あるいは y 軸まわりの曲げ剛性，ν：ねじり剛性，ω：ねじり率，μ：柱の単位長さ質量，$(\ )' = \frac{\partial}{\partial z}$，$(\dot{\ }) = \frac{\partial}{\partial t}$

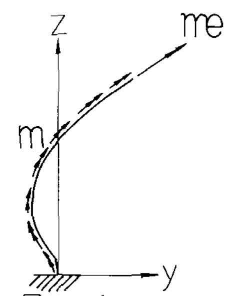
Fig-1

運動方程式の差分表示は、柱を10等分割し、分割された各要素の中心に各要素の質量を集中させる方法を用いた。特性方程式は行列表示すると、次式で表わされる。$[K_1]$は剛性行列，$[K_2]$は初期応力マトリックス、$[M]$は質量マトリックス、m_e はトルク強度、θは円振動数である。

$$\left|[K_1] + W[K_2] - \theta^2[M]\right| = 0 \quad \cdots(4)$$

上式によって、与えられたWに対するθを求め固有値曲線を描き、安定性の挙動を明らかにした。

解析モデル　Fig-2に示す通り、荷重は柱頭に作用する集中鉛直トルク、集中従動トルク、柱軸に沿って等分布に作用する鉛直トルク、および従動トルクの四種類を考慮した。柱の境界条件については、一端固定他端自由、両端ヒンジ、一端ヒンジ他端固定、両端固定の四種類である。これらの柱について、断面の曲げ剛性の比 $\delta = \alpha/\beta$ の変化にともなう固有値曲線の挙動をFig-3 に後に示した。結果の表示には次の無次元量を用いている。

無次元集中トルク…$\eta_M = m_e l/\beta$　、　無次元分布トルク…$\eta_m = m l^2/\beta$

無次元固有値……$\xi = \mu\theta^2 l^4/\beta$　　l：柱長

また、断面積一定としたときの Case I-(a) および I-(b) の挙動をFig-4 に示した。

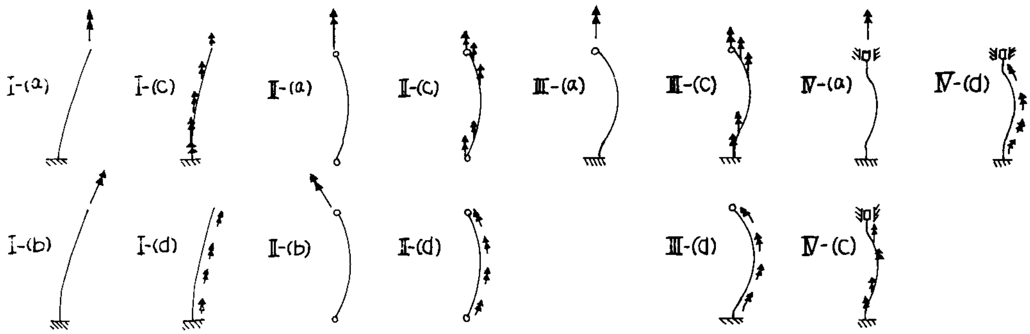

Fig-2

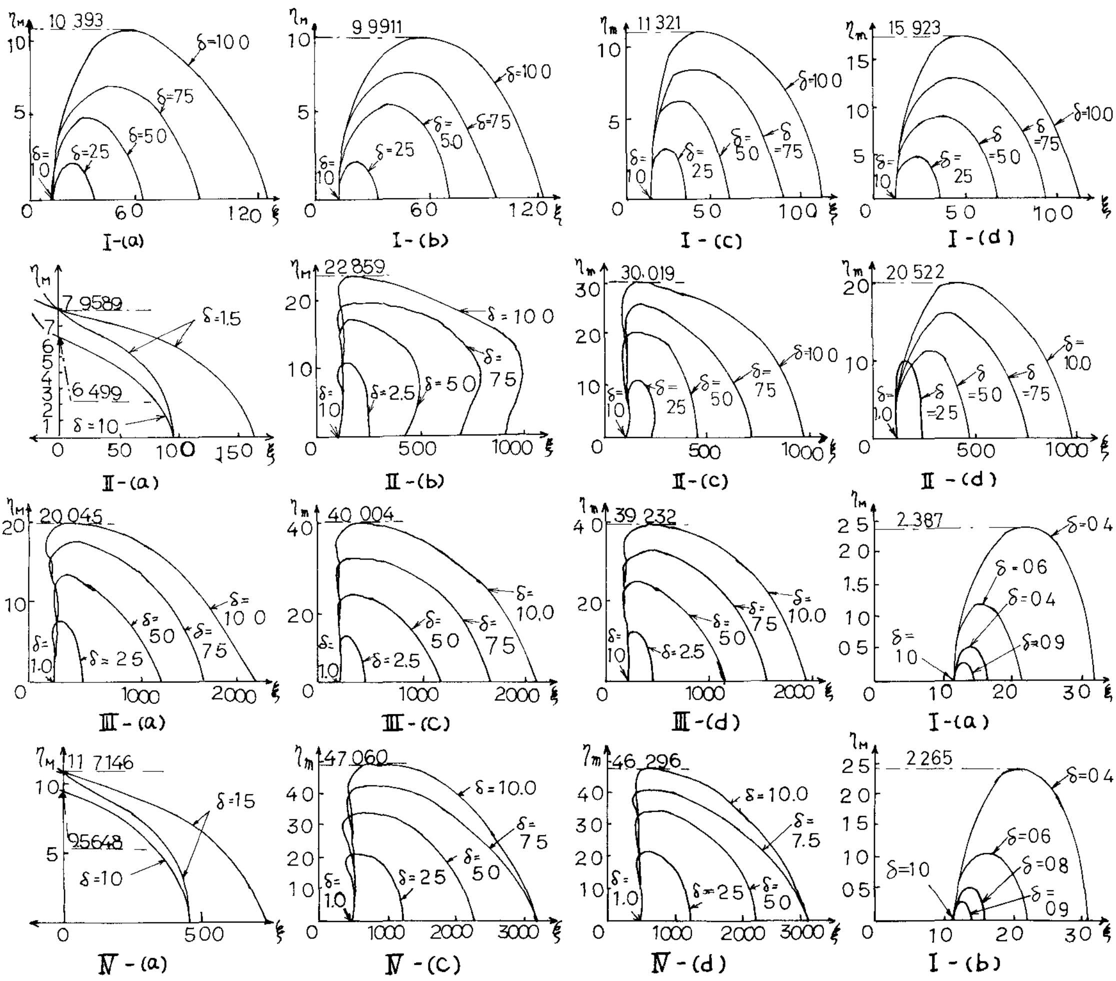

Fig-3

Fig-4

参考文献

1) Ziegler, H ZAMP, Val II, 1951　2) 末岡：山口大学修士論文，昭和53年3月