

従動圧縮力を受ける片持平板の不安定性状について

山口大学 正員 會田 忠義
・萩市・水野 均

まえかき 従動圧縮力を受ける一端固定他端自由柱の安定問題は Beck の問題¹⁾とよばれ、非保守系の安定問題に属するため、動的解析法により運動の安定性を検討しなければならないことは周知の通りである。最近では、種々の非保守系の安定性状が明らかにされている。本研究は従動圧縮力を受ける片持平板について、平板の縦横比の変化にともなう固有値曲線を求め、さらに、振動モードの変化状態を調べてその不安定性状を明らかにしたものである。解析は軸力を受ける平板のたわみ振動の運動方程式と差分表示することにより、特性方程式を求める方法をとった。

運動方程式と特性方程式 片持平板の自由端に一律に圧縮

力 N_y が作用した場合のたわみの運動方程式は

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^4} - \frac{N_y}{K} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{h}{gK} \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0 \quad (1)$$

K : 板剛度 γ : 単位体積重量 h : 板厚

圧縮力作用端の境界条件は

$$M_y = -K \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) = 0, \quad \bar{Q}_y = -K \left\{ \frac{\partial^3 w}{\partial y^3} + (2-\nu) \frac{\partial^3 w}{\partial x \partial y^2} \right\} = 0 \quad (2)$$

ここで、 $w = W(x, y) e^{i\omega t}$, ω は振動数、で表わす。

式(1)を差分表示し、平板の格子点に適用する。 $\{d\}$ を各格子点のたわみからなる変位ベクトルとすると、運動方程式は式(3)、

$$[K_1] + N_y [K_2] - \omega^2 [M] \{d\} = 0 \quad (3), \quad | [K_1] + N_y [K_2] - \omega^2 [M] | = 0 \quad (4)$$

特性方程式

は式(4)となる。上式中、 $[K_1]$: 剛性マトリックス、 $[K_2]$: 初期応力マトリックス、 $[M]$: 質量マトリックスである。

式(4)において、与えられた従動力 N_y に対する固有値問題として ω^2 を求め、その挙動を調べる。 ω^2 の値により次のように安定・不安定を判定する。すなわち、求められた ω^2 がすべて $\omega^2 > 0$ であれば、 w は $W e^{i\omega t}$ の項のみなり振幅一定の安定振動となる。 ω^2 中、一つでも $\omega^2 < 0$ の固有値があれば、 w は $W e^{\gamma t}$ ($\gamma > 0$) の項が含まれ、時間の経過とともに振幅は単調増加し不安定(ダイナミクス形不安定)となる。一方、 ω^2 が複素数であれば、 $\omega = \delta + i\delta$ ($\delta > 0$) の項を含み、 w は $W e^{(\delta + i\delta)t}$ の項が含まれることとなり、振動振幅は自励振動的に時間の経過とともに増大し不安定(フラック形不安定)となる。

解析結果 板の縦横比 $\alpha (= b/l)$ が 1.5, 1.0, 0.75 および 0.6 について解析した結果を以下に示す。

解析にあって、板の縦および横の分割は $\alpha = 1.5$ では 6×4

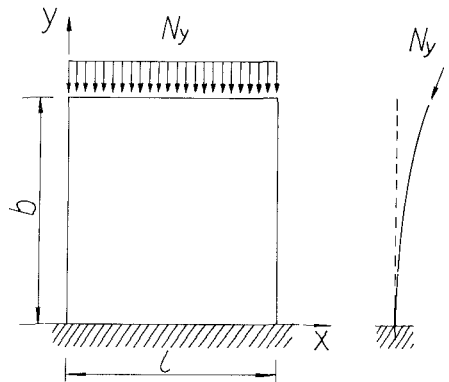


Fig. 1

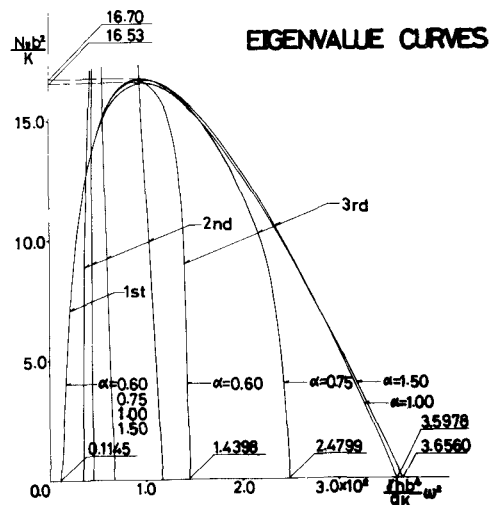


Fig. 2

$\alpha = 1.0$ では 6×6 , $\alpha = 0.75$ では 6×8 , $\alpha = 0.6$ では 6×10 とした。解析結果を次のように無次元表
 無次元荷重 $Ny b^2/K$, 無次元固有値 $\gamma h b^4 \omega^2/gK$.

示し、固有値曲線を Fig. 2 に示した。また、 $\alpha = 1.5$ および $\alpha = 0.6$ のときの荷重の変化に伴う振動モードの変化状態をそれぞれ Fig. 3 と 4 に示した。解析結果、 α のいかにかかわらず、一次モードと三次モードの結合によるフラクチャ形不安定が生じ、ほぼ一定の臨界値が得られた。ここでは、十次モードまで調査したが、Fig. 2 に示した荷重範囲では上記以外にはフラクチャ形およびタイペーエンス形不安定いずれも生じないことがわかった。Fig. 1 においては、 Ny が一定方向力の場合、その解析結果をここには示していないが、一次モードのダイハートエンス形不安定が生じその臨界値は $\alpha = 1.0$ のとき 3.4 となり、従動力の臨界値は一定方向力のそれの約二倍となった。柱の場合が約八倍であることと比較して、この比はやや小さいものであることが明らかにされた。

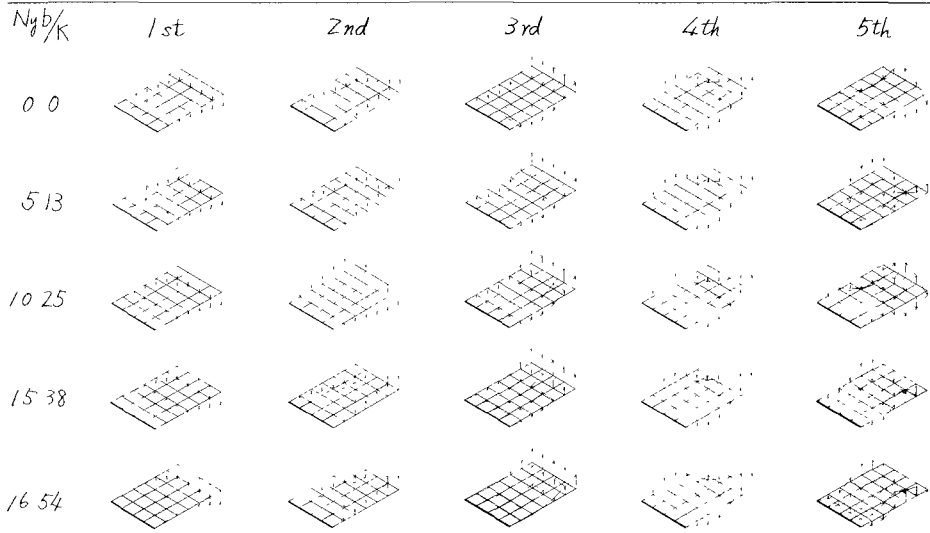


Fig. 3

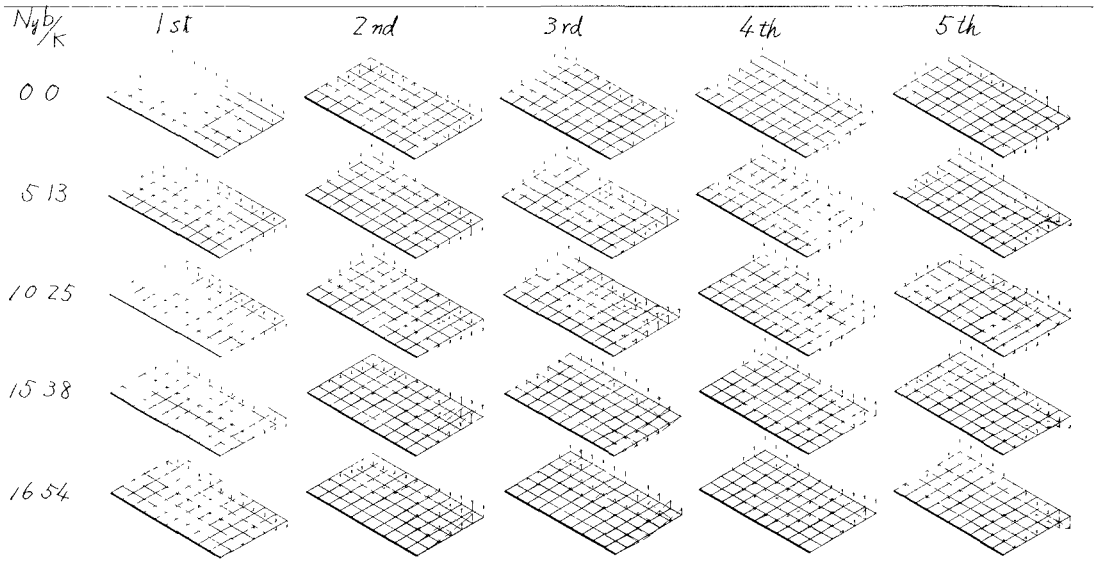


Fig. 4

参考文献 1) . 杉山・関谷・日本機械学会誌, 97巻, 620号, pp. 30~37