

1. まえがき 本研究では、軟弱地盤層に打設された杭基礎構造物の振動解析を目的とする。その解析手法としては、地盤からの杭への振動圧の評価に平面ひずみ理論解を用いて、弾性支承上の梁理論にもとづき、地盤-杭基礎系の調和振動に対する定式化を図るものである。

2. 解析手法 軟弱地盤層を基盤上に一様なものと見なし、解析対象構造物として、図-1に示すような橋梁基礎構造物を採る。そのモデル化としては、杭を弾性体と見なし、その先端をピン支持とする。フーチングは並進、回転を有する2自由度系の剛体とする。また、地盤からの杭への反力は複素バネで置換する。

解析手法は、そのモデル化に従って、以下に示すように、杭の横振動（曲げ振動）、縦振動をそれぞれ独立に求め、それらから得られる杭頭での複素復元力をフーチングの運動に取り込み、連成させて解いていき、軟弱地盤層に打設された杭基礎構造物の振動特性を求めるものである。

基盤入力を対象とすることから、まず、杭が存在しない場合の地盤の振動を求める。そして、杭への地盤反力は杭と地盤のみのときの変位の差に比例する。これは両者の質量比に非常に差があるため、妥当な仮定といえる。

したがって、地盤を粘弾性としたときの基盤入力 $U_g e^{i\omega t}$ に対する表層地盤のみのときの応答は、

$$U_s(z, t) = \left\{ \cos \frac{\omega}{V_s} z + \tan \frac{\omega}{V_s} l \sin \frac{\omega}{V_s} z \right\} U_g e^{i\omega t} \quad (1)$$

ただし $V_s = \sqrt{\frac{G(1+iD_s)}{\rho_s}}$ ；土のせん断波速度 l ；表層地盤の厚さ（杭の長さ） ω ；振動数 U_g ；基盤での変位 G ；土のせん断弾性係数 ρ_s ；土の単位体積質量 D_s ；土の粘性減衰 $i = \sqrt{-1}$

さて、図-1に示すように基盤入力による杭の横振動を考えると、弾性支承上の梁理論より、運動方程式は、次式のように得られる。

$$EI \frac{\partial^4 U_p(z, t)}{\partial z^4} + \rho A \frac{\partial^2 U_p(z, t)}{\partial t^2} + C \frac{\partial U_p(z, t)}{\partial t} = -P_T(z, t) \quad (2)$$

$P_T(z, t)$ は 地盤のせん断振動を考慮した地盤の反力であり、

$$P_T(z, t) = G(Su_1 + Su_2) \{ U_p(z, t) - U_s(z, t) \} \quad (3)$$

ただし、 EI ；杭の曲げ剛性 ρ ；杭の単位体積質量 A ；杭の断面積

U_s ；地盤の変位 U_p ；杭の変位 C ；杭の内部減衰 Su_1 ；杭面の動的地盤係数 Su_2 ；杭面からの減衰係数

ここで与えられている Su_1 , Su_2 の値は、Baranov の試みた弾性体の平面ひずみ理論を用いて、得られるものとする。¹⁾

取り扱うものを調和振動 $U_p = U_p e^{i\omega t}$ として、式(2)の一般解を求め、杭先端条件を入れて杭頭の断面力と変形状態との関係を誘導すると、杭頭での複素復元力は、次式のように求められる。

$$R_{y1} = -EI \frac{d^4 U_p}{dz^4} = -EI \left(\frac{1}{l^3} F_1(\lambda) U_h - EI \left(\frac{1}{l^3} F_2(\lambda) \right) \psi_h - EI \left(\frac{1}{l^3} F_3(\lambda) \right) U_g + A_1 \left\{ EI \left(\frac{1}{l^3} F_4(\lambda) \right) + EI \left(\frac{1}{l^3} \cos \frac{\omega}{V_s} l \right) F_5(\lambda) \right\} \right. \\ \left. + EI \left(\frac{1}{V_s^3} \right) F_2(\lambda) + EI \left(\frac{1}{V_s^3} \right) \frac{1}{\cos \frac{\omega}{V_s} l} \right\} U_g \quad (4)$$

$$R_{x1} = EI \frac{d^3 U_p}{dz^3} = -EI \left(\frac{1}{l^3} F_1(\lambda) U_h - EI \left(\frac{1}{l^3} F_2(\lambda) \right) \psi_h - EI \left(\frac{1}{l^3} F_3(\lambda) \right) U_g + A_1 \left\{ EI \left(\frac{1}{l^3} F_4(\lambda) \right) + EI \left(\frac{1}{l^3} \cos \frac{\omega}{V_s} l \right) F_5(\lambda) \right\} \right. \\ \left. - EI \left(\frac{1}{V_s^3} \right) F_2(\lambda) \right\} U_g \quad (5)$$

ただし、 $\lambda = l^3 \sqrt{\frac{1}{EI} \{ \rho A \omega^2 - G S u_1 - i(C \omega + G S u_2) \}}$ $A_1 = G(Su_1 + i Su_2) / EI \left\{ \left(\frac{\omega}{V_s} \right)^4 - \left(\frac{\omega}{V_s} \right)^2 \right\}$

$F_2(\lambda) = (\sinh \lambda - \sin \lambda) / (\cosh \lambda \sin \lambda - \sinh \lambda \cos \lambda)$ $F_3(\lambda) = \lambda (\cosh \lambda - \cos \lambda) / (\cosh \lambda \sin \lambda - \sinh \lambda \cos \lambda)$

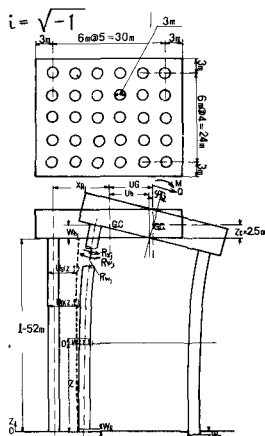


図-1 杭基礎構造物

上で与えられる $F_{7i}(t)$, $F_{8i}(t)$, $F_{9i}(t)$, $F_{10i}(t)$, $F_{11i}(t)$ の値については、参考文献 2) に導かれている。

つぎに、杭の縦振動による運動方程式を求めると、

$$PA \frac{\partial^2 W(z, t)}{\partial z^2} + C \frac{\partial W(z, t)}{\partial t} - EA \frac{\partial^2 W(z, t)}{\partial z^2} = -R(z, t) \quad (6)$$

$R(z, t)$ は、杭面の摩擦による地盤の反力であり、

$$R(z, t) = G(Sw_1 + i Sw_2) W(z, t) \quad (7)$$

ただし、 Sw_1 : 杭面の動的垂直地盤係数 Sw_2 : 杭面からの減衰係数

ここで与えられる Sw_1 , Sw_2 の値は、横振動と同様、平面ひずみ理論より得られるものとする。したがって、

この場合の杭頭の断面力と変形状態との関係より求まる杭頭での複素復元力 W_0 は、

$$R_{W0} = -EA \frac{dW(z)}{dz} = -\frac{EA}{l} F_{10}(h) W_h + \frac{EA}{l} F_{11}(h) W_g \quad (8)$$

$$\text{ただし、} h = \frac{l}{\sqrt{EA}} \sqrt{PAW^2 - GSw_1 - i(CW + GSw_2)} \quad W_h = \pm \sqrt{X_{R0}^2 + Z_c^2} \cdot \cos(\tan^{-1} \frac{Z_c}{X_{R0}}) \cdot \psi_g \quad W_g \approx 0$$

$F_{10}(h)$, $F_{11}(h)$ の値については、参考文献 2) に導かれている。

式(4), (5), (8) を用いて、フーチングの並進及び回転振動を連成した運動方程式を、調和振動のもとで方程式のように与えることができる。

$$-\omega^2 m U_g - \sum_{j=1}^N R_{Xj} - Q = 0 \quad (9)$$

$$-\omega^2 J_a \psi_g - \sum_{j=1}^N (R_{Yj} + R_{Wj} X_{Rj}) + \sum_{j=1}^N R_{Xj} Z_c - Q Z_c - M = 0 \quad (10)$$

ただし、 m : フーチングの質量 J_a : フーチングの重心のまわりの慣性モーメント Q, M : 上部構造物によるフーチング頂面でのせん断力及び曲げモーメント $U_h = U_g - \sqrt{X_{R0}^2 + Z_c^2} \cdot \sin(\tan^{-1} \frac{Z_c}{X_{R0}}) \quad \psi_h = \psi_g$

3. 解析結果

数値計算は、図-1 に示す番、州高架橋の基礎構造の橋軸直

角方向について行ない、上載加振による場合、基盤入力による場合の応答倍率を求めた。

図-2 から、杭基礎構造物の並進、回転による固有振動数は、地盤との動的相互作用によって、地盤のせん断波速度 V_s とともに、変化しているが、 $V_s=100\text{m/s}$ $D_s=0.17$ 、並進による固有振動数は 27rad/s 、回転で、 60rad/s 程度であることが判る。一方、地盤の固有振動数は、図-3 に示すように $\frac{(2n-1)\pi V_s}{2l}$ ($n=1, 2, \dots$) で、周期的に現われる。しかも 構造物の固有振動数よりもピークが顕著に現われている。したがって、軟弱地盤層に打設された杭基礎構造物は、周辺の地盤の性状にほとんど支配されているということが判る。

なお、平面ひずみ解による地盤反力と 3 次元波動論による地盤反力との差は、杭基礎構造物の卓越振動数近傍ではほとんどないことが確かめられている。⁵⁾

参考文献

1.) Novak, M. and Beredugo, Y.O. 1972. Vertical vibration of embedded footings J Soil Mech. Found. Div., A.S.C.E., 12, PP 1291-1310.

2.) Kolosek, V. 1973. Dynamics in engineering structures.

Habited Press, a Division of John Wiley and Sons, New York, N.Y.

3.) 土と構造物の動的相互作用 ; 土質工学会編

4.) 山田善一、高橋脚橋梁およびつり橋の耐震性に関する研究

昭和50年受託研究報告書 - 本州四国連絡公団委託 -

5.) 山田善一、竹宮宏和、片桐一成、軟弱地盤 - 杭基礎 - 構造物系の動的相互作用に関する研究、関西支部年次学術講演概要集、1978年5月。

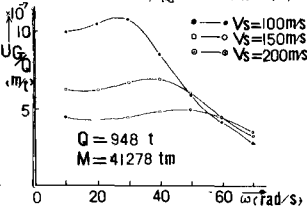


図-2 上載加振による共振曲線(並進)

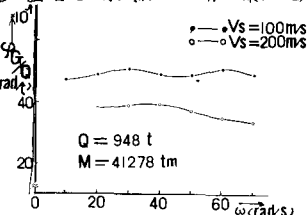


図-2 上載加振による共振曲線(回転)

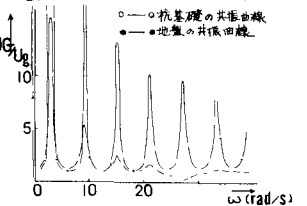


図-3 基盤入力による共振曲線(並進)

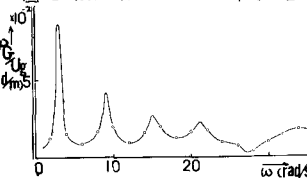


図-3 基盤入力による共振曲線(回転)