

半無限領域での波動伝播数値解析のための一つの方法

徳山工業高専 正岡 ○ 工藤洋三

山口大学工学部 正岡 中川浩二

1 はじめに

半無限領域での波動伝播問題を、有限要素法や差分法などの数値解法によって解く場合、有限個の要素によって領域を近似するため、近似によって散らされた遠方境界での波の反射により、大きな誤差を生み出すことがある。この遠方境界での波の反射の影響を除去し、無限領域をさらによく近似する方法として Lysmer の方法が一般によく知られている。

本研究は、発破などにともなう半無限領域における設断の問題を対象としており、連続という状態が自由境界と固定境界との中間状態にあると考えることにより、自由境界および固定境界両者の状態を重め合わせ、境界により反射される波の影響を除去しようと試みたものである。

2. 一次元問題における反射波の除去

一次元波動伝播問題における上述した方法の意味は明白である。すなわち、自由端における反射波の応答は、入射波のそれに付符号が並び絶対値は等しく、固定端では符号、絶対値とも異なるため、これらの平均値をとることにより反射波の影響を除去することが出来る。

3. 二次元問題への拡張

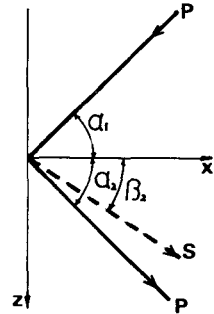
二次元問題においては一次元問題におけるようなとり扱いが必ずしも、入射波として P 波、S 波それぞれについて検討することが必要となる。ここでは正弦波状入射した場合について検討する。

3.1 P 波の入射

Fig. 1 のように x 軸と α_1 の角度をなして P 波が自由面に入射する場合を考える。入射波の波面に垂直な変位を表として $u_1 = A_1 \sin(pt + f_1 x - g_1 z)$ で表わし、反射波として P 波と S 波をそれぞれ、 $u_2 = A_2 \sin(pt - f_2 x - g_2 z + \delta_1)$ 、 $u_3 = A_3 \sin(pt - f_3 x - g_3 z + \delta_2)$ で表わす。自由面における境界条件より、入射波の振幅と反射波の振幅の比を求めると次のようになる。

$$\frac{A_2}{A_1} = \frac{2(\sin^2 \beta_2 \sin^2 \beta_2 \cos \alpha_1) - \cos^2 2\beta_2 \sin \alpha_1}{2(\sin^2 \beta_2 \sin^2 \beta_2 \cos \alpha_1) + \cos^2 2\beta_2 \sin \alpha_1}$$

$$\frac{A_3}{A_1} = \frac{2 \sin 2\alpha_1 \sin \beta_2 \cos 2\beta_2}{2(\sin^2 \beta_2 \sin^2 \beta_2 \cos \alpha_1) + \cos^2 2\beta_2 \sin \alpha_1}$$



固定面では境界面が変位が拘束されていることを考慮して、上と同様の方法で振幅比の関係を求めると次のようになる。

$$\frac{A_2}{A_1} = \frac{1 - \tan \alpha_1 \tan \beta_2}{1 + \tan \alpha_1 \tan \beta_2}$$

$$\frac{A_3}{A_1} = \frac{-2 \sin \alpha_1 / \cos \beta_2}{1 + \tan \alpha_1 \tan \beta_2}$$

以上の結果を Fig. 2 に示す。図からみられるように、入射角が 35°程度までは反射波の振幅は P 波、S 波と

も、自由面、固定面について絶対値はよく一致し、重ね合わせると反射波はうまく除き出されるようである。

この重ね合わせによる方法の合理性を検討するために入射波のもつエネルギーに対し、重ね合わせによって得られた反射波のもつエネルギーを考える。入射波、反射波のもつエネルギーをそれぞれ、 E_i 、 E_r で表わし、自由面、固定面における入射波および反射波の重ね合わせを

$$\frac{E_r}{E_i} = \left(\frac{A_2' + A_2''}{2A_1} \right)^2 + \frac{C_1 \cos \beta_2}{C_2 \cos \alpha_2} \left(\frac{A_1' + A_1''}{2A_1} \right)^2$$

ここに C_1 、 C_2 は P 波、S 波の速度であり、'、'' はそれぞれ自由面、固定面での反射波を表わす。さらに Lysmer が用いた実効エネルギー比 (E_r/E_i) を併せて図に示した。

3.2 S 波の入射

P 波の場合と同様な方法で求めた S 波の入射に対する入射波と反射波の振幅比およびエネルギー比を Fig. 3 に示す。なお、入射 S 波に対して反射 P 波を考える場合、反射角が $\pi/2$ とする臨界入射角が存在し、入射角がこれより大きい場合反射 P 波は存在せず、一種の表面波が発生する。そして表面から内部へのエネルギー伝達係数 P 波による、とは行けぬことになる。

4 数値計算例

波動伝播問題の解析には空間場に対して有限要素法を、時間場に対して中央差分法を用いた逐次計算法により、 E 、 G 、弾性定数、ポアソン比、密度および時間きざみはそれぞれ、 2.7 kg/m^3 、 0.25 、 2.6 ton/m^3 、 0.15 msec とした。

実際の計算には、上に述べた考え方をもとに、逐次計算の一回の時間きざみごとに、境界面における節点の変位を自由境界と固定境界の平均値 (事実上自由境界の $1/2$ とする) として計算している。(移動境界法とよぶ)。一次元モデルについて、移動境界法、単純な平均による方法および Lysmer の方法による結果を Fig. 4 に示す。次に二次元モデルとして Fig. 5a に示すような半無限弾性体範囲上に、一次元の場合と同様な通過集中荷重が作用する場合を考える。図中の A および B の要素中の x 方向および y 方向の応力成分 (σ_x および σ_y) を移動境界法および Lysmer の方法で計算した結果を Fig. 5b に示す。

5. おわりに

以上の解析によ、2、移動境界法は Lysmer の方法に比べて、特に二次元問題では若干誤差が大きくなるが境界条件の設定が簡単であり、半無限領域に対する逐次境界として有用である可能性があると考えられる。

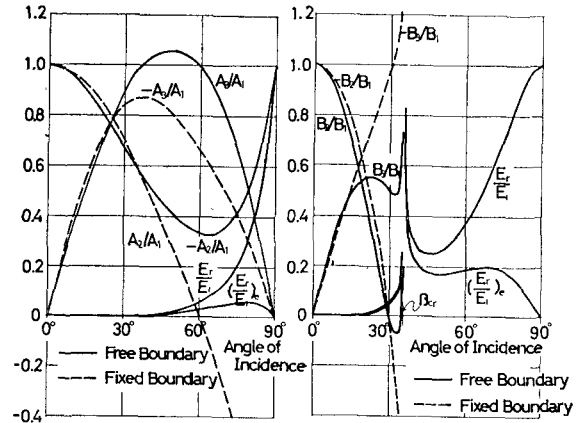


Fig. 2

Fig. 3

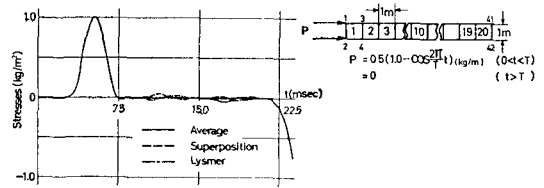


Fig. 4

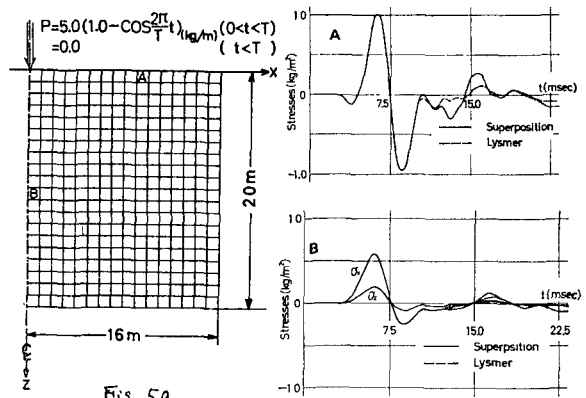


Fig. 5a

Fig. 5b