スクリーンライン調査によるOD表の精度の検定および修正法

岡山大学工学部　正員　井上博司

1. まえがき

近年，総合交通計画はパーソントリップ調査を基にして行われることが多くなってきている。パーソントリップ調査からOD表を推計する場合，サンプリングで行われる家庭訪問調査のデータを拡大する必要がある。一方，家庭訪問調査のデータの精度をチェックするためにスクリーンライン調査が実施される。スクリーンライン調査は，河川，丘陵，鉄道などの地理的境界線，または人為的に設定された境界線を横切って，この線で分割された2つの地域間を通行する交通量を調べるものである。これは通常は全数調査で行われるが，サンプリングの家庭訪問調査の結果とつき合わせてみると，家庭訪問調査の結果の方が低く出がちである。それは偶発的な標本誤差の他，被調査者の記憶の不確実なことや，調査員の聞き込みに対する努力不足に原因する非標本誤差によって生じると言われている。アメリカの例では計算値が実測値の87～97％程度の精度なら，作成されたOD表は十分信頼できるとされている。しかしわが国の例では誤差が20～30％程度もあることが少くない。誤差が大きくなってくると何らかの系統的な修正が必要になってくるが，どの程度の誤差まで許容できるのか理論的には明らかにされていない。ここではサンプリングで行われる家庭訪問調査の結果を拡大してつくられるOD表の精度を全数調査されたスクリーンライン調査の結果によって検定する方法を考察する。

2. スクリーンライン調査によるOD表の精度の検定

いまあるODペアーに関する交通量について考えよう。トリップ数の真の値をNとする。またこのODペアーに関する抽出率をPとする。このとき，拡大率は $K_a = 1/p$ である。

全トリップNのうち，サンプリングによってXトリップだけが抽出される確率は二項分布により，

$$f(X) = \binom{N}{X} p^X (1-p)^{N-X} \tag{1}$$

となる。しかし実際にはNは相当大きく，また Np, $Np(1-p)$ もあまり小さな値ではないので，二項分布の極限の性質により，$f(X)$ はほとんど正規分布 $N(Np, Np(1-p))$ に近づくと考えられる。それゆえ以下では $f(X)$ が $N(Np, Np(1-p))$ にしたがうことを前提とする。

家庭訪問調査結果からのOD表の推計値は，

$$S = K_a X = X/p \tag{2}$$

である。Xは正規分布にしたがうから，Sも正規分布にしたがう。Sの平均値は $\frac{1}{p}\cdot Np = N$，分散は $\frac{1}{p^2} Np(1-p) = \frac{1-p}{p} N$ であるから，Sの分布は $N(N, \alpha N)$ となる。ここに $\alpha = (1-p)/p$ である。

つぎに係数 $\delta_{ij,k}$ をOD ij の交通がスクリーンライン k を切る場合に1，切らない場合に0とする。このときスクリーンライン k を切る推計OD交通量の和は，

$$Y_k = \sum_{ij} \delta_{ij,k} S_{ij} \tag{3}$$

である。したがって Y_k の分布は $N(\sum_{ij}\delta_{ij,k}N_{ij}, \sum_{ij}\delta_{ij,k}\alpha_{ij}N_{ij})$ であり，とくに抽出率が各ODペアーについて等しいときには，$N(\sum_{ij}\delta_{ij,k}N_{ij}, \alpha\sum_{ij}\delta_{ij,k}N_{ij})$ となる。一方，スクリーンライン k における実際の観測交通量は，

$$D_k = \sum_{ij} \delta_{ij,k} N_{ij} \tag{4}$$

である。抽出率が各ODペアーについて等しいときには Y_k の分布は $N(D_k, \alpha D_k)$ となる。したがって実際の推計OD交通量の和 $Y_k = \sum_{ij} \delta_{ij,k} S_{ij}$ が Y_k の分布 $N(D_k, \alpha D_k)$ の95%あるいは99%内に入っておればそれぞれ有意水準5%，1%で，サンプルに偏りがなく，誤差は単に偶発的な標本誤差であり，調査は十分に信頼しうるものであるということがいえる。D_kがこの範囲内にないと，データには単に標本上の誤差のみではなく，系統的な誤差が含まれており，調査結果は十分に信頼することができないので，何らかの系統的な修正をほどこす必要がある。

3．スクリーンライン観測交通量によるOD表の修正法

推計OD交通量 S_{ij} は，真の値 N_{ij} を平均とし，分散が $\alpha_{ij} N_{ij}$ の正規分布にしたがう。したがって $t_{ij} = (S_{ij} - N_{ij})/\sqrt{\alpha_{ij} N_{ij}}$ は標準正規分布 $N(0, 1)$ にしたがう。いま，

$$L(S\ N) = \prod_{ij} \phi(t_{ij}) = \prod_{ij} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t_{ij}^2}{2}} \tag{5}$$

を尤度関数と考え，実際の推計値 S_{ij} に対して N_{ij} の最尤推定値を求めることを考える。$L(S, N)$ を最大にする N_{ij} の組み合わせを求めるためには，

$$F = \sum_{ij} \frac{1}{2} t_{ij}^2 = \sum_{ij} \frac{(S_{ij} - N_{ij})^2}{2\alpha_{ij} N_{ij}} \tag{6}$$

を最小にすればよい。ただしスクリンライン観測交通量に一致させるためには，

$$\sum_{ij} N_{ij} \delta_{ij,k} = D_k \qquad (k = 1, 2, \cdots\cdots, m) \tag{7}$$

でなければならない。ラグランジェの未定乗数法を用いて解を求めると，

$$N_{ij} = \frac{S_{ij}}{\sqrt{1 - 2\alpha_{ij} \sum_{k} \lambda_k \delta_{ij,k}}} \tag{8}$$

をうる。ただし条件(7)より，未定乗数 λ_k $(k = 1, 2, \cdots, m)$ は，

$$\sum_{ij} \frac{S_{ij} \delta_{ij,k}}{\sqrt{1 - 2\alpha_{ij} \sum_{k} \lambda_k \delta_{ij,k}}} = D_k \qquad (k = 1, 2, \cdots\cdots, m) \tag{9}$$

を満足しなければならない。

4．OD表修正の簡略法

上の方法では非線形連立方程式(9)を解かなければならないので，その必要のない簡略法を考える。推計OD交通量 S_{ij} の分散は $\alpha_{ij} N_{ij}$ となるが，S_{ij} が N_{ij} に近いことを考え，分散 $\alpha_{ij} N_{ij}$ を $\alpha_{ij} S_{ij}$ で置きかえる。このとき N_{ij} の最尤推定値を求めるためには，式(6)の代わりに

$$F = \sum_{ij} \frac{1}{2} t_{ij}^2 = \sum_{ij} \frac{(S_{ij} - N_{ij})^2}{2\alpha_{ij} S_{ij}} \tag{10}$$

を制約条件(7)のもとで最小化すればよい。ラグランジェの未定乗数法により解を求めると，

$$N_{ij} = S_{ij} + \frac{1}{2} \alpha_{ij} S_{ij} \sum_{k} \lambda_k \delta_{ij,k} \tag{11}$$

をうる。ただし未定乗数 λ_k $(k = 1, 2, \cdots\cdots, m)$ は

$$\sum_{l=1}^{m} a_{kl} \lambda_l = b_k \qquad (k = 1, 2, \cdots\cdots, m) \tag{12}$$

を満足しなければならない。ここに，

$$a_{kl} = \frac{1}{2} \sum_{ij} \alpha_{ij} S_{ij} \delta_{ij,k} \delta_{ij,l}, \quad b_k = D_k - \sum_{ij} S_{ij} \delta_{ij,k} \quad \text{である。} \tag{13}$$