

徳島大学大学院

学生員 成行 義文

徳島大学工業短期大学部

正会員 平尾 潔

徳島大学工学部

正会員 児嶋 弘行

1 まえがき 漸増節点荷重をうける平面骨組を対象とし、塑性域のねがりを考慮して解析する場合のM-φ関係の求め方とか、残留応力の有無などの種々の条件の相違による解析結果の比較検討については、すでに、文献(4)で片持梁、両端固定梁を対象とした場合について発表したが、本研究では、さらに、門型ラーメン、固定アーチを対象として、これらについて詳しく検討するとともに、より厳密に骨組構造物の弾塑性挙動を把握するために、文献(4)の解析方法を曲げと軸力との降伏相関関係を考慮した場合に拡張し、降伏相関関係の影響についても検討したものである。紙面の都合上、ここでは、降伏相関関係を考慮した場合の解析方法について説明し、計算例等については講演会当日発表することにする。

2 解析上の仮定 本研究では、つぎのような仮定を設けた。(1)材料の応力-ひずみ曲線としては、図-1の(a)、(b)のような2種類を考える。ただし図中の σ_y は降伏応力、 ϵ_y は降伏ひずみとし、 E_{ST} はひずみ硬化域における弾性係数とする。(2)断面における断面力と変形量の関係は、断面を微小な矩形要素に分割し、また、各要素の物理量はその中心に集中しているものとして、数値積分法により求める。(3)部材は一定断面を有する直線部材とし、断面形状は矩形とする。(4)降伏相関関係には、せん断力は考慮しない。(5)すべての荷重は節点に作用し、その強度は比例的に増加するものとする。

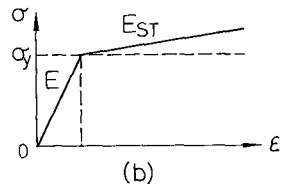
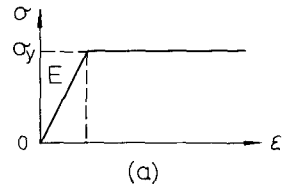


図-1

3 降伏条件式および弾性限界の条件式

(1)降伏条件式; $n_1 + m_1 = 1.0$ (2)弾性限界の条件式; $n_2 + m_2 = 1.0$ ただし $n_1 = N / N_p$, $m_1 = M / M_p$, $n_2 = N / A \sigma_y$, $m_2 = M / W \sigma_y$ ここで N_p は全塑性軸力, M_p は全塑性モーメント, A は断面積, W は断面係数である。(1), (2)を図示すれば、図-2のようである。

4 断面力と変形との関係 ここでは、最も問題となる降伏曲線近傍における断面力と変形との関係について述べる。本研究では、断面力が降伏曲線近傍にある断面におけるM-N-φ-ε関係は、つぎのようにして近似的に求めている。図-3に示すように断面力 f_i を降伏曲線の内側へ df_i だけ移動した f'_i に対する ϵ と数値積分法(文献(1)参照)により求め、これを f_i に対する ϵ の近似値とする。移動後の断面力の大きさは、式(3)を満たすように決定する。

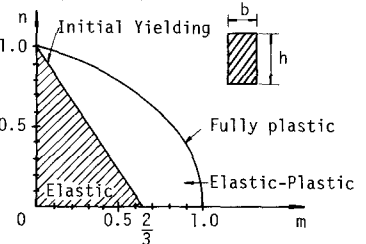


図-2

$$f / (f') = 1.0 - f_i \quad (3) \quad (\text{本研究では、} f_i \text{は} 0.012 \text{とした。})$$

5 変形法の基本式 一部材を10~20程度に細かく分割することを前提に一つの要素に対する変形法の基本式を新たに誘導した。降伏端部材要素に対する基本式は文献(2)と同様にして求めるので割愛し、ここでは、非弾性要素に対する基本式について述べる。

1)部材要素Kにおける曲率 ϕ_K 、および軸方向ひずみ ϵ_K (図-4参照) 部材要素Kの両端 K , $K+1$ の曲率、および、軸方向ひずみを、 ϕ_K, ϕ_{K+1} , および $\epsilon_{0K}, \epsilon_{0K+1}$ とし、要素内では軸力は一定とみなす。要素内の曲率 ϕ_K は、

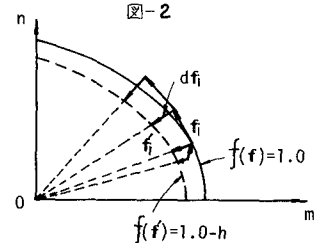


図-3

曲げモーメントの一次式 $\phi_s = \frac{\alpha_k}{EI} + \frac{\beta_k}{EI} M_s \dots (4)$ で表わされると仮定する。また、 α_k, β_k は要素内では定数とみなす。式(4)に境界条件 $\phi_{s=0} = \phi_k, M_{s=0} = M'_k, \phi_{s=l_k} = \phi_{k+1}, M_{s=l_k} = M'_{k+1}$ を用いて、

$$\left. \begin{aligned} \alpha_k &= \frac{EI(\phi_{k+1} M'_k - \phi_k M'_{k+1})}{M'_k - M'_{k+1}}, \quad \beta_k = \frac{EI(\phi_k - \phi_{k+1})}{M'_k - M'_{k+1}} \end{aligned} \right\} (5) \text{となる。}$$

要素Kが弾性範囲内にあるときは、 $\phi_k = M'_k/EI, \phi_{k+1} = M'_{k+1}/EI$ となる。これらを式(5)に代入すると、 $\alpha_k = 0, \beta_k = 1$ となり、式(4)は、弾性範囲内の曲率と曲げモーメントとの関係に一致する。

要素内では、軸方向ひずみ ϵ_s は直線変化するものとし、 $\epsilon_s = a + b\zeta$ と表わせば、境界条件 $\epsilon_{s=0} = \epsilon_{0k}, \epsilon_{s=l_k} = \epsilon_{0k+1}$ を用いて

$\epsilon_s = \epsilon_{0k} + (\epsilon_{0k+1} - \epsilon_{0k}) \cdot \zeta/l_k$ となる。これを式(6)とする。ただし、圧縮ひずみを正とする。

2) 部材要素Kに対する変形法の基本式 (図-5参照) 部材の湾曲は小さく、 $\frac{d^2 \eta}{d\zeta^2} = -\phi_s \dots (7)$ と表わされるものとする。

$M_s = M_k - Q_k \zeta \dots (8)$ であるから、式(7)に、式(4)ならびに式(8)を代入すれば式(9)が得られる。

$\frac{d^2 \eta}{d\zeta^2} = -\frac{1}{EI} \{ \alpha_k + \beta_k (M_k - Q_k \zeta) \} \dots (9)$ この微分方程式を境界条件 $(\eta)_{s=0} = \delta_{\eta k}, (\frac{d\eta}{d\zeta})_{s=0} = \theta_k, (\eta)_{s=l_k} = \delta_{\eta k+1}, (\frac{d\eta}{d\zeta})_{s=l_k} = \theta_{k+1}$ のもとに解き、材端モーメント M_k, M_{k+1} 、せん断力 Q_k, Q_{k+1} について、それぞれ整理して得られた式と、式(6)より得られた軸力 N_k, N_{k+1} の式をマトリックス表示すれば、つぎのようになる。

$$\begin{Bmatrix} \delta_{\eta k} \\ \theta_k \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} K_{k,k} & K_{k,k+1} \\ K_{k+1,k} & K_{k+1,k+1} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta_{\eta k} \\ \theta_k \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} C_k \\ C_{k+1} \end{Bmatrix} \text{ ただし、} \begin{Bmatrix} S_k^T \\ S_{k+1}^T \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} N_k, Q_k, M_k \\ N_{k+1}, Q_{k+1}, M_{k+1} \end{Bmatrix}, \begin{Bmatrix} \delta_{\eta k}^T \\ \theta_k^T \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \delta_{\eta k}, \delta_{\eta k+1}, \theta_k \end{Bmatrix}, \begin{Bmatrix} \delta_{\eta k+1}^T \\ \theta_{k+1}^T \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \delta_{\eta k+1}, \delta_{\eta k+2}, \theta_{k+1} \end{Bmatrix}, \begin{Bmatrix} C_k^T \\ C_{k+1}^T \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0, 0, -\alpha_k/\beta_k \end{Bmatrix}, \begin{Bmatrix} C_{k+1}^T \\ C_k^T \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0, 0, \alpha_k/\beta_k \end{Bmatrix}$$

$$K_{k,k} = \begin{bmatrix} EA/r_k l_k & 0 & 0 \\ 0 & 12EI/\beta_k l_k^3 & 6EI/\beta_k l_k^2 \\ 0 & 6EI/\beta_k l_k^2 & 4EI/\beta_k l_k \end{bmatrix}, K_{k,k+1} = \begin{bmatrix} -EA/r_k l_k & 0 & 0 \\ 0 & -12EI/\beta_k l_k^3 & 6EI/\beta_k l_k^2 \\ 0 & 6EI/\beta_k l_k^2 & 2EI/\beta_k l_k \end{bmatrix}, K_{k+1,k} = \begin{bmatrix} EA/r_{k+1} l_k & 0 & 0 \\ 0 & 12EI/\beta_k l_k^3 & -6EI/\beta_k l_k^2 \\ 0 & -6EI/\beta_k l_k^2 & 4EI/\beta_k l_k \end{bmatrix}$$

$r_k = \frac{r_k + r_{k+1}}{2} > 1, r_k, r_{k+1}$ は $\epsilon_{0k} = \frac{r_k}{EA} N_k, \epsilon_{0k+1} = \frac{r_{k+1}}{EA} N_{k+1}$ で定義される非線形要素である。

6 解析手順 荷重強度 $P_{n,0}$ である部材に塑性域あるいは降伏関節が発生し、さらに荷重強度が $P_{n,1,0}$ となり、新たな材端に塑性域あるいは降伏関節が発生するまでの第 n 段階目において、 m 回目の一定荷重増分を与えた $P_{n,m}$ に対する解析手順を以下に示す。(1) $P_{n,m}$ に対する材端力および変位の収束値と繰返し手順により求める。(2) 各材端において弾性限界の条件あるいは降伏条件をおかすかどうか判定する。おかさない場合は、一定荷重増分を与えた n の手順にかえる。おかす場合は $n+1$ の手順にうつる。(3) 荷重増分によって荷重強度と繰返し、変更してゆき、最小荷重増分 $\Delta P_{n,m}$ に収束した材端に塑性域あるいは塑性関節が発生したもののみとし、その時の荷重強度を $P_{n,1,0}$ とする。そして構造形式を変更したのち、一定荷重増分を行なった場合に弾性限界の条件あるいは降伏条件をおかさない最大の荷重強度に一定の荷重増分を加えて、荷重強度を $P_{n,1}$ に変更して、再び n の手順にもとめる。以上の(1)~(3)の手順を、骨組全体の行列式が0になるか、あるいは節点変位が許容最大節点変位をこえるまで繰返す。

7 結論 本研究で得られた結果を列挙すれば、つぎのようである。(1) 部材の分割数によって解析結果が左右される。(2) 曲げと軸力との降伏相関関係を考慮した場合と、考慮しない場合とでは、一般に、前者の方が、低い耐荷力を示す。

8 参考文献 1) 児嶋・平尾・武智; 塑性域の拡がりを考慮した鋼構造平面骨組の一弾塑性解析, 徳島大学工学部研究報告, 第21号 1976年 2) 児嶋・平尾・吉崎; 曲げと軸力との相関関係を考慮した平面骨組の弾塑性解析について, 昭和50年度中四支那講演会一般講演概要 3) 木原 博; 塑性設計法 森北出版 4) 平尾・児嶋・里見; 塑性域の拡がりを考慮した平面骨組の弾塑性解析に関する基礎的研究—その2 第31回年度学術講演会講演概要第1部

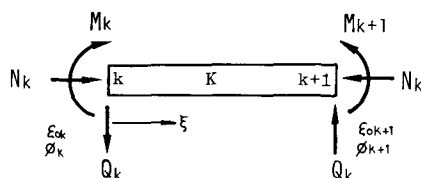


図-4

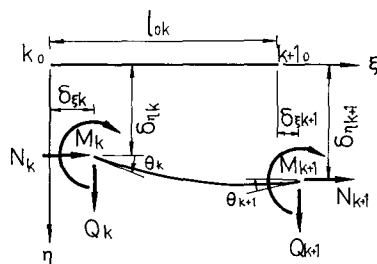


図-5