

平面骨組の弾塑性解析におよぼす変形の影響について

徳島大学大学院 学生員 大田 裕章
 徳島大学工業短期大学部 正会員 平尾 潔
 徳島大学工学部 正会員 児嶋 弘行

1 まえがき 骨組の弾性解析における変形の影響については、有限変位理論とか大変形理論と呼ばれ、すでに、多くの研究例が報告されているが、これらの弾性解析で変形の影響が(大きく)あらわれる範囲では、実際の骨組では、材料の塑性化により、骨組の一部に、すでに、塑性域が発生していたり、時には、このような塑性化の影響により崩壊している場合も考えられる。したがって、骨組の非弾性挙動や耐荷力におよぼす変形の影響をより正確に把握するためには、弾性解析よりも弾塑性解析を行なって検討する方がより現実的と思われる。そこで本研究では、曲げと軸力との組合せ降伏条件式を導入し、幾何的非線形性を考慮した文献(2)の弾塑性解析を対象として、基本式に若干の修正を加えて、解析プログラムを修正し、2・3の骨組について、弾塑性解析を行ない、部材の湾曲に伴う軸方向変形とか、部材回転に伴う変形の2次項などが骨組の耐荷力におよぼす影響などについて検討し、さらに弾性解析と弾塑性解析における個々の変形の影響の相互関係等についても検討し、簡単な考察を加えたものである。

2 解析上の仮定 本研究ではつぎのような仮定を設けた。(1) 材料は完全弾塑性体で、応力-ひずみ特性は、時間に関係とする。(2) 断面の形状係数は1とし、塑性域の部材軸方向の伸びりは無視する。また塑性関節は部材の材端のみに発生するものとする。(3) 部材の断面形は矩形およびI型とし、これらの断面形に対する、曲げと軸力との降伏相関関係を考慮した場合の降伏条件式としては式(1)を用いる。(4) 荷重は節点に作用する比例漸増荷重とする。(5) 座屈は面内曲げ座屈のみを対象とし、部材座屈はオイラー値による弾性座屈とする。

$$\text{矩形} \left| \frac{M}{M_p} \right| + \left| \frac{N}{N_p} \right| = 1 \quad (0 \leq |N| \leq |N_p|) \quad \text{I型} \left| \frac{M}{M_p} \right| + 1.70 \left| \frac{N}{N_p} \right| = 1 \quad (0 \leq |N| \leq 0.22636 N_p) \quad \frac{1}{1.08} \left| \frac{M}{M_p} \right| + \left| \frac{N}{N_p} \right| = 1 \quad (0.22636 N_p \leq N \leq N_p) \quad (1)$$

ここで M : 降伏関節における曲げモーメント M_p : 全塑性モーメント N : 降伏関節における軸力 N_p : 全塑性軸力

3 変形法の基本式 本研究で使用した変形法の基本式は、文献(2)とほぼ同様であるので、詳細は文献(2)にゆずり、ここでは図(1)(2)に示すような、部材の変形の影響を考慮した場合の弾性部材の変形法の基本式のみを示す。

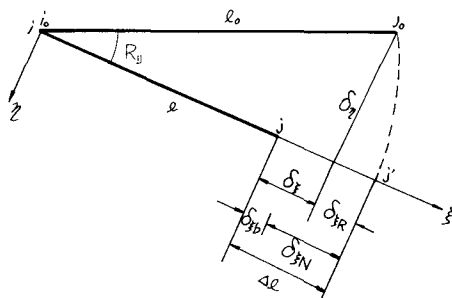
1) 軸力 N

$$N_{ij} = \frac{EA}{l_0} (\delta_{ji} - \delta_{ij}) + C_{NR} - C_{Nb} \quad (2)$$

ここで C_{NR} , C_{Nb} はつぎのとおりである。

$$C_{NR} = \frac{EA}{l_0} \left\{ l_0 - (l_0^2 - \delta_{ij}^2)^{\frac{1}{2}} \right\} \quad (3)$$

$$C_{Nb} = \frac{EA}{l_0} \left\{ l \left\{ (b_1 + b_2)(\tau_i^2 + \tau_j^2) + 2(b_1 - b_2)\tau_i\tau_j \right\} \right\} \quad (4)$$



C_{NR} は部材回転に伴う軸方向変形をあらわし、 C_{Nb} は湾曲に伴う軸方向変形をあらわす。

2) 曲げモーメント M および せん断力 Q

$$\left. \begin{aligned} Q_{ij} &= \frac{12EI}{l^2} \varphi_2 (\delta_{ji} - \delta_{ij}) + \frac{6EI}{l^2} \varphi_2 (\theta_i + \theta_j) + Q_{cij} \\ M_{ij} &= \frac{6EI}{l^2} \varphi_2 (\delta_{ji} - \delta_{ij}) + \frac{2EI}{l} (2\varphi_3 \theta_i + \varphi_4 \theta_j) + M_{cij} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Ⅶ 1

$$\text{ただし } Q_{cij} = \frac{12EI}{l^2} \varphi_3 \Delta R_{ij}$$

$$M_{cij} = \frac{6EI}{l} \varphi_4 \Delta R_{ij}$$

ここで 式(7)の θ は接線回転角、 Θ は節点回転角、 R_{ij} は部材回転角をあらわし、図-2からもわかるように、これらの間には式(6)の関係があり、式(7)が成り立つから式(8)(9)とおけば、式(6)は式(10)とあらわされる。

$$\left. \begin{aligned} \Theta_i &= \Theta_i - R_{ij} \\ \Theta_j &= \Theta_j - R_{ji} \end{aligned} \right\} \quad (6) \quad R_{ij} = \sin^{-1} \left(\frac{\delta \varphi_i - \delta \varphi_j}{l_0} \right) \quad (7) \quad R_{ji} = \frac{\delta \varphi_j - \delta \varphi_i}{l} \quad (8)$$

$$\Delta R_{ij} = R_{ji} - R_{ij} \quad (9) \quad \left. \begin{aligned} \Theta_i &= \Theta_i + \frac{\delta \varphi_i - \delta \varphi_j}{l} + \Delta R_{ij} \\ \Theta_j &= \Theta_j + \frac{\delta \varphi_j - \delta \varphi_i}{l} + \Delta R_{ji} \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

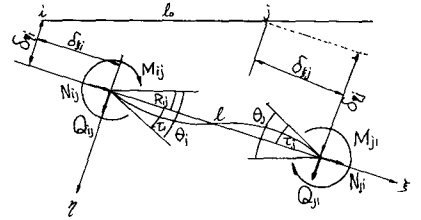


図 2

つぎに一端剛節・一端滑節部材および二端剛節・二端滑節部材についても同様にしてそれぞれ式(6)の Θ_i, Θ_j を消去することにより式(2)(5)と同形な基本式が求まる。また降伏端部材についての基本式は文献(2)と同様である。

4 解析手順 荷重強度 $|P|_{mo}$ である塑性化部材が発生し、さらに荷重強度が増加して $|P|_{mo}$ となり、新たな塑性化部材が発生するまで、あるいは、限界荷重 $|P|_B$ のもとで全体座屈が起こるまでの n 段階に対する解析手順を示せばつぎのようである。1) 一定荷重増分 ΔP を加えたときの荷重強度 $|P|_{n,m} = |P|_{n,m-1} + \Delta P$ に対する材端力 $S_{n,m}$ 変形量 $\delta_{n,m}$ の収束値を求め、同時に、 $|K|_{n,m}$ のdeterminant Δ を計算する。2) $\Delta > 0$ のとき、すべての弾性部材の材端力が降伏曲線の内側にある場合、すでに塑性化している部材では法線ベクトルを修正する。この荷重増分間で新たな塑性化部材が発生する場合には $|P| = (|P| + |P|_{mo}) / 2$ により荷重強度を変更し、塑性化部材の発生する荷重強度 $|P|_{mo}$ を求める。一方、 $\Delta < 0$ のときには荷重強度を変更して繰返し計算を行ない、限界荷重 $|P|_B$ の近似値が求まった時点で解析を終了する。3) ある弾性部材の材端力が降伏曲線に達したとき、その材端が降伏したように構造形式、およびstiffness matrixを修正する。以上の1)~3)を繰返してゆけば、骨組は、限界荷重 $|P|_B$ のもとで全体座屈を起こすか、荷重強度 $|P|_B$ のもとで機構を形成して崩壊することになる。

5 計算例 図-3に示すような門形ラーメン、2ヒンジブアーチ、およびローゼ析の各種荷重状態に対する解析結果を、講演当日スライドなどで紹介する。

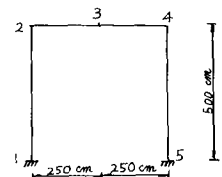
6 結論 本研究で現時点までに明らかとなった点を列挙すればつぎのようである。

(1) 弾性解析で変形の影響が(大きく)あらわれる範囲では、弾塑性解析では、すでに、塑性関節が発生していたり、崩壊している場合が多い。(2) 個々の変形の影響の程度は、構造形状および載荷状態により異なるが、変形の影響を考慮した場合と、考慮しない場合とでは、前者の方が、骨組の剛性が低下する傾向がみられる。

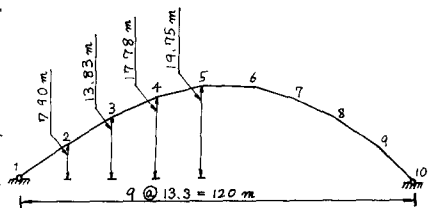
(3) 弾性解析と弾塑性解析における個々の変形の影響の間には相似性がみられる。

7 参考文献 (1) 後藤、羽根、田中：接線剛性法による骨組構造物の大変形解析。土木学会論文報告集 第250号 1976年 12月

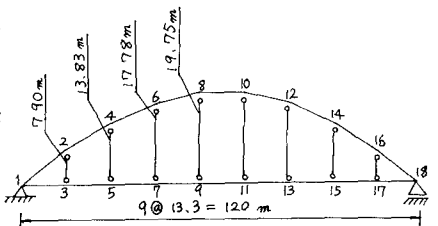
(2) 成岡、児嶋、平尾：平面剛滑節骨組の一自動弾塑性解析 日本建築学会論文報告集 第250号 1976年 12月



i) 門形ラーメン



ii) 2ヒンジブアーチ



iii) ローゼ析

図 3