静的な繰返し荷重をうける平面骨組の一弾塑性解析

徳島大学大学院工学研究科　学生員○堀部　守宏
徳島大学工業短期大学部　正会員　平尾　潔
徳島大学工学部　正会員　児嶋　弘行

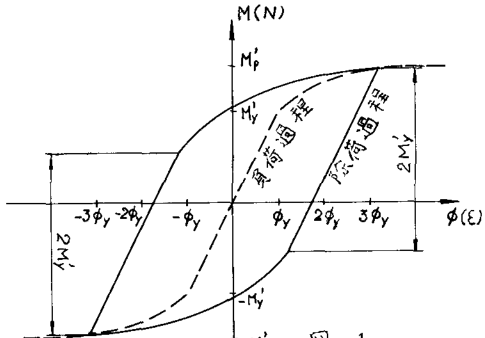
1　まえがき　本研究は，静的繰返し荷重をうける平面骨組を対象として，Ramberg-Osgoodの非線形M－φ（曲げモーメントと曲率），および，N－ε（軸力と軸ひずみ）関係式を用い，塑性域の拡がり，および，曲げと軸力との降伏相関関係を考慮した場合の　増分法による弾塑性解析について研究し　その解析プログラムを作成して　2，3の計算例を示し，簡単な考察を加えたものである。

2　解析上の仮定　本研究で設けた仮定は次のようである。　1）材料のひずみ硬化は無視する。　2）非弾性断面における曲げモーメントMと曲率φ，および　軸力Nと軸ひずみεとの関係は　式(1)，(2)で表わされるものとする。　3）部材は一様な断面を有する直線部材とし，その断面形は矩形　あるいは　I型とする。　4）降伏条件式は文献2)と同様のものを用い，曲げモーメントと軸力との組合せだけを考える。　5）骨組全体，ならびに，局部的な不安定現象，あるいは，座屈現象は生じないものとする。　6）荷重はすべて比例的に増加，あるいは　減少する節点荷重とし，荷重の微小増分間では材端力増分 $\Delta\mathbb{S}$ と材端変位増分 $\Delta\boldsymbol{\delta}$ との間には線形関係が成立するものとする。

3．Ramberg-OsgoodのM－φ，および　N－ε関係　RambergとOsgoodは　非弾性断面における曲げモーメントと曲率，および　軸力と軸ひずみとの関係を図－1に示すような曲線で表わすことを提案した。図－1の負荷過程（Loading）　および，除荷過程（Unloading）におけるM－φ，および，N－ε関係は，それぞれ式(1)，(2)のように表わされる。

$$\left.\begin{aligned}\phi &= \frac{M}{EI}\left(1 + a\cdot\left|\frac{M}{M'_p}\right|^{r-1}\right)\\ \varepsilon &= \frac{N}{AE}\left(1 + a'\left|\frac{N}{N'_p}\right|^{r'-1}\right)\end{aligned}\right\} \text{-------(1)}$$

$$\left.\begin{aligned}\phi &= \phi_0 + \frac{M - M_0}{EI}\cdot\left(1 + a\cdot\left|\frac{M - M_0}{2M'_p}\right|^{r-1}\right)\\ \varepsilon &= \varepsilon_0 + \frac{N - N_0}{AE}\left(1 + a'\cdot\left|\frac{N - N_0}{2N'_p}\right|^{r'-1}\right)\end{aligned}\right\} \text{-------(2)}$$



図－1

ただし，式(1)，(2)で，M'_p，および，N'_pは，曲げと軸力との降伏相関関係を考慮した場合の塑性モーメント，および　塑性軸力，Eは弾性係数，Iは断面2次モーメント，Aは断面積，ϕ_0とM_0　および　ε_0とN_0は　それぞれ弾性復活が起こった時のφとM，εとNの値を表わし，aとr　および　a'とr'は　断面形によって異なる正の定数である。なお，これらのa，r，あるいは，a'，r'は，解析に先立って決定しておく必要があり，弾性断面では$a = a' = 0$である。

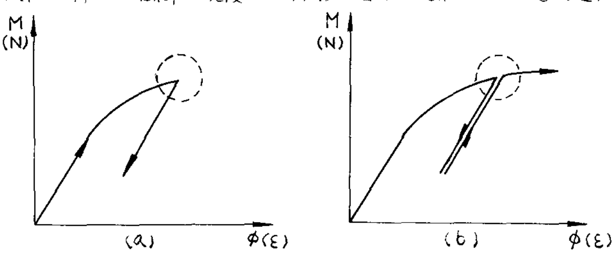
4　基本式　式(1)，および　式(2)を積分することにより，材端変位$\boldsymbol{\delta}$が材端力$\mathbb{S}$（N，Q，M）の関数として表わされ　これらを材端力で偏微分すれば，材端変位増分$\Delta\boldsymbol{\delta}$と材端力増分$\Delta\mathbb{S}$との関係が求まり，これより式(3)のような変形法の増分基本式が得られるが，その詳細については文献1)，3)などに譲り，ここでは省略することにする。

$$\left.\begin{aligned}\Delta\mathbb{S}_{ij} &= \mathbb{K}_{ii}\cdot\Delta\boldsymbol{\delta}_i + \mathbb{K}_{ij}\cdot\Delta\boldsymbol{\delta}_j \qquad & \Delta\mathbb{S}_{ij(ji)} &= [\,\Delta N\,,\ \Delta Q\,,\ \Delta M\,]_{ij(ji)}\\ \Delta\mathbb{S}_{ji} &= \mathbb{K}_{ji}\cdot\Delta\boldsymbol{\delta}_i + \mathbb{K}_{jj}\cdot\Delta\boldsymbol{\delta}_j \qquad & \Delta\boldsymbol{\delta}_{i(j)} &= [\,\Delta\delta_\xi\,,\ \Delta\delta_\eta\,,\ \Delta\theta\,]_{i(j)}\end{aligned}\right\} \text{--------------(3)}$$

また、曲げと軸力との降伏相関関係を考慮し、塑性流動理論を導入した場合の降伏端部材に対する基本式も文献2)と同様に誘導されるが、その形は式(3)と同形となる。

5 解析手順 本解析は 主に 次のような手順の繰返しで進められる。 1) 荷重増分$\Delta \mathbb{P}$に対する材端力増分$\Delta \mathbb{S}$、および、材端変位増分$\Delta \delta$を求め、全荷重$\mathbb{P} = \Sigma \Delta \mathbb{P}$に対する材端力$\mathbb{S} = \Sigma \Delta \mathbb{S}$，材端変位$\delta = \Sigma \Delta \delta$を求める。 2) 塑性化部材 および 降伏端部材が発生するときの$\mathbb{P}$，$\mathbb{S}$，および、δの値を求め それらの部材の剛性行列を修正する。 3) M－φ、および、N－ε関係が弾性復活（たとえば 負荷過程から除荷過程への移行）と再負荷（たとえば、除荷過程から負荷過程への移行）を判定し、このような弾性復活、および再負荷を生じた部材の剛性行列を修正する。 4) 剛性行列の行列式の値、あるいは、最大変位の値により崩壊の判定を行なう。

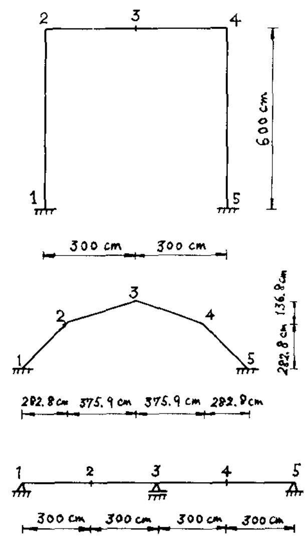
6. 弾性復活 および、再負荷の判定 上記5の解析手順3)における弾性復活 および 再負荷に対する判定は、次のように行なった。 1) 弾性復活の判定（一例として図－2の(a)） 降伏端の有無を判定し、降伏端については塑性流れ定数μを計算し、$\mu < 0$の場合に、弾塑性端については前段階の材端力増分$\Delta \mathbb{S}$（ΔM，$\Delta N)_{n-1}$（以下$\mathbb{S}$は M，Nを意味する）と現段階の材端力増分$\Delta \mathbb{S}_n$との積$\Delta \mathbb{S}_{n-1} \cdot \Delta \mathbb{S}_n$を計算し、$\Delta \mathbb{S}_{n-1} \cdot \Delta \mathbb{S}_n < 0$の場合に、それぞれ現段階から弾性復活が生じているものとする。 2) 再負荷の判定（一例として図－2の(b)） 弾塑性端において $\Delta \mathbb{S}_{n-1} \cdot \Delta \mathbb{S}_n > 0$であり 前段階の材端力$\mathbb{S}_{n-1}$と現段階の材端力増分$\Delta \mathbb{S}_n$との和の絶対値$|\mathbb{S}_{n-1} + \Delta \mathbb{S}_n|$が、その材端が弾性復活を生じた時の材端力の絶対値$|\mathbb{S}_{max}|$より大きく、かつ、その材端が除荷過程にある場合には 再負荷が生じているものとする。



図－2

7 計算例 図－3に示すような門型ラーメン、固定アーチ、および、2スパン連続梁に対する本解析結果を、他の解析結果との比較も兼ねて、講演当日スライドなどで紹介する。

8. むすび 本研究で明らかになったことを列挙すれば、次のようである。 1) 本解析法では Ramberg-Osgood のM－φ、および、N－ε関係式中の係数α，r，および、α'，r'の値により解析結果が左右されるため 解析に先立って これらの係数の決定には十分留意する必要がある。 2) 曲げモーメントと軸力との降伏相関関係を考慮した場合には、考慮しない場合に較べて、変形が増大し、耐荷力も低下することになるため、降伏相関関係を考慮して解析することが望ましい。 3) 静的繰返し荷重をうける骨組は、漸増荷重をうける場合に較べ、かなり低い荷重で漸増塑性崩壊が生じる場合があるため、骨組が変形硬化荷重（Shake down load）より大きな静的繰返し荷重をうける場合には、漸増塑性崩壊に対する検討が必要である。



図－3

9 参考文献 1) J.L Bockholt ; Inelastic Analysis of Tier Buildings, Ph.D. Diseration, Univ of Stanford, May, 1972

2) 星，児嶋，平尾；軸力の影響を考慮した平面剛、滑節構造物の一自動弾塑性解析，土木学会論文報告集，第２０２号，１９７２年６月． 3) 平尾，児嶋，木野戸；Ramberg-Osgood のM－φ関係式を用いた平面骨組の一弾塑性解析について，徳大工学部研究報告，第２２号，1977年3月

4) 木原 博；塑性設計法，培風館