

〔1〕 まえがき 海洋中の撓性円柱に作用する波力分布の時空間的構造は非常に複雑であり、たとえ波が正弦波のような規則波であつて、波力による円柱の応答を純解析的に求めることは極めて難しい。したがつてこの種の応答解析法としては、いわゆるマトリックス法により定式化した振動方程式を数値的に解く方法がしばしば用いられる。この場合、複雑な分布波力を等価節点波力に置換する方法、すなわち波力のモデル化の選択が、数値解析の精度を決定する重要なポイントになることは言うまでもない。そのような視点から、著者の一人は、昨年^{*}の年次講演会において、正弦波の運動場に置かれた単円柱の波浪応答解析法について報告した。そのとき実際には曲線分布する波力を、一要素間で直線分布する(直線近似モデル)ものと仮定し、等価節点外力(波力)ベクトルを構成したが、計算機の記憶容量あるいは計算時間等に制約され、要素数を2~3要素とせざるを得ない場合、波の条件、円柱の寸法および立地条件(水深)によっては、この近似が大幅に過ぎることは十分推測される。そのため今回、波力のモデル化について若干の改良を行ない、解析精度の向上と計算時間の短縮化を計った。本報はこの新たな波力ベクトルの定式化の方法と、2, 3の数値計算例について論述したものである。

〔2〕 振動方程式と節点外力ベクトルの定式化

図1(a)に示すように要素分割した円柱の振動方程式をマトリックス表示すれば、次式の通りである。

$$[[M]+[M]_e]\{\ddot{u}\}_e+[C]\{\dot{u}\}_e+[K]\{u\}_e=\{F\}_e \quad (1)$$

式中 $[M]$: 質量マトリックス, $[M]_e$: 付加質量マトリックス, $[C]$: 減衰マトリックス, $[K]$: 剛性マトリックス, $\{u\}_e, \{\dot{u}\}_e, \{\ddot{u}\}_e$: それぞれ節点変位、速度、加速度ベクトル, $\{F\}_e$: 等価節点外力ベクトルである。なお各マトリックス、ベクトルの添字 e は、それが時間の関数であることを示す。式(1)の左辺については、減衰マトリックスに対する多くの未解決問題を議論しない限り特に問題はないと思われるので、詳細な内容には触れない。

さて波力ベクトル $\{F\}_e$ については、波力分布を図1(b)に示すように適当な折れ線で近似(折れ線近似モデル)することによって、定式化することができる。いま要素 i に作用する分布波力と力学的に等価な、等価節点外力ベクトル $\{F_i\}_e = \{F_i, M_i, F_{i+1}, M_{i+1}\}$ (図1(c))は、エネルギー原理の適用によって次のように得られる。

$$\begin{aligned} F_i &= \rho_i / 20 \sum_{k=1}^n \{ (8\beta_i k^4 - 15\beta_i k^3 - 2\alpha_i k \beta_i k^3 - 2\alpha_i k^2 \beta_i k^2 + 5\alpha_i k \beta_i k^2 + 10\beta_i k \\ &\quad - 2\alpha_i k^3 \beta_i k + 5\alpha_i k^2 \beta_i k - 10\alpha_i k + 5\alpha_i k^3 - 2\alpha_i k^4) f(z_{i,k+1}, t) \\ &\quad - (8\alpha_i k^4 - 15\alpha_i k^3 - 2\beta_i k \alpha_i k^3 - 2\beta_i k^2 \alpha_i k^2 + 5\beta_i k \alpha_i k^2 + 10\alpha_i k \\ &\quad - 2\beta_i k^3 \alpha_i k + 5\beta_i k^2 \alpha_i k - 10\beta_i k + 5\beta_i k^3 - 2\beta_i k^4) f(z_{i,k}, t) \} \\ M_i &= \rho_i^2 / 60 \sum_{k=1}^n \{ (12\beta_i k^4 - 30\beta_i k^3 - 3\alpha_i k \beta_i k^3 + 20\beta_i k^2 - 3\alpha_i k^3 \beta_i k^2 + 10\alpha_i k \beta_i k^2 \\ &\quad - 3\alpha_i k^3 \beta_i k + 10\alpha_i k^3 \beta_i k - 10\alpha_i k \beta_i k - 10\alpha_i k^2 + 10\alpha_i k^3 - 3\alpha_i k^4) f(z_{i,k+1}, t) \\ &\quad - (12\alpha_i k^4 - 30\alpha_i k^3 - 3\beta_i k \alpha_i k^3 + 20\alpha_i k^2 - 3\beta_i k^2 \alpha_i k^2 + 10\beta_i k \alpha_i k^2 \\ &\quad - 3\beta_i k^3 \alpha_i k + 10\beta_i k^3 \alpha_i k - 10\beta_i k \alpha_i k - 10\beta_i k^2 + 10\beta_i k^3 - 3\beta_i k^4) f(z_{i,k}, t) \} \end{aligned}$$

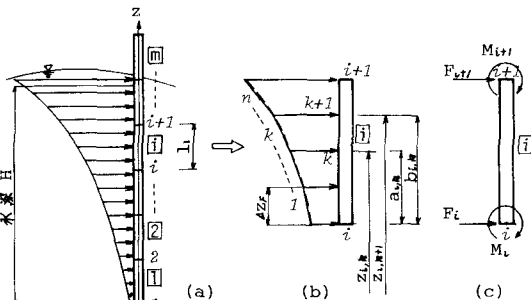


図1 等価節点波力

* 瀬尾・小野村・中山: 波力を受ける撓性円柱の応答解析法に関する基礎的研究, 昭和51年度土木学会中国四国支部年次学術講演会講演概要, I-13, pp. 25~26, 1976年5月

$$\begin{aligned}
 F_{it+1} &= l_i/20 \sum_{k=1}^n \{ (-8\beta_{i,k}^4 + 15\beta_{i,k}^3 + 2\alpha_{i,k}\beta_{i,k}^2 + 2\alpha_{i,k}^2\beta_{i,k} - 5\alpha_{i,k}\beta_{i,k}^2 \\
 &\quad + 2\alpha_{i,k}^3\beta_{i,k} - 5\alpha_{i,k}^2\beta_{i,k} - 5\alpha_{i,k}^3 + 2\alpha_{i,k}^4) f(Z_{i,k+1}, t) \\
 &\quad - (-8\alpha_{i,k}^4 + 15\alpha_{i,k}^3 + 2\beta_{i,k}\alpha_{i,k}^2 + 2\beta_{i,k}^2\alpha_{i,k} - 5\beta_{i,k}\alpha_{i,k}^2 \\
 &\quad + 2\beta_{i,k}^3\alpha_{i,k} - 5\beta_{i,k}^2\alpha_{i,k} - 5\beta_{i,k}^3 + 2\beta_{i,k}^4) f(Z_{i,k}, t) \} \\
 M_{it+1} &= l_i^2/60 \sum_{k=1}^n \{ (12\beta_{i,k}^4 - 15\beta_{i,k}^3 - 3\alpha_{i,k}\beta_{i,k}^2 - 3\alpha_{i,k}^2\beta_{i,k} + 5\alpha_{i,k}\beta_{i,k}^2 \\
 &\quad - 3\alpha_{i,k}^3\beta_{i,k} + 5\alpha_{i,k}^2\beta_{i,k} + 5\alpha_{i,k}^3 - 3\alpha_{i,k}^4) f(Z_{i,k+1}, t) \\
 &\quad - (12\alpha_{i,k}^4 - 15\alpha_{i,k}^3 - 3\beta_{i,k}\alpha_{i,k}^2 - 3\beta_{i,k}^2\alpha_{i,k} + 5\beta_{i,k}\alpha_{i,k}^2 \\
 &\quad - 3\beta_{i,k}^3\alpha_{i,k} + 5\beta_{i,k}^2\alpha_{i,k} + 5\beta_{i,k}^3 - 3\beta_{i,k}^4) f(Z_{i,k}, t) \}
 \end{aligned} \tag{2}$$

或中 $\alpha_{i,k} = a_{i,k}/l_i$, $\beta_{i,k} = b_{i,k}/l_i$ である。また $f(Z_{i,k+1}, t)$ および $f(Z_{i,k}, t)$ は、それぞれ $Z = Z_{i,k+1}$, $Z_{i,k}$ における単位長当りの波力である。これを求めるためには、それぞれの位置における円柱の変位速度 $\dot{u}(t)$ が必要になるが、振動中の要素のたわみが z の3次関数で与えられるとして、要素両端の節点変位速度より求めた。したがって $\{F\}_t$ を相立てて得られる全外力ベクトル $\{F\}_t$ は、円柱の節点変位速度 $\{\dot{u}\}_t$ の関数になり、結局振動方程式、或(1)が右辺に $\{\dot{u}\}_t$ を含む非線型連立方程式になることが分かる。

[3] 数値計算結果および考察 前報と同様、或(1)を Clough の方法により解き、応答をシミュレートした。対象とした円柱モデルは、直径2m、高さ50m、肉厚30mmの等断面鋼製中空円柱であり、減衰定数は2%と仮定した。波については、波高6m、周期6秒の正弦波とし、水粒子速度、加速度は有限振幅浅水波理論により算出した。また抗力係数、質量係数はそれぞれ1.4、2.0とした。さらに応答計算の時間間隔は、4次の固有周期の約1/20秒に相当する0.002秒とした。まず要素数を2要素とした場合の頂部変位の時間的变化を図2, 3に示す。水深が30mの場合(図2)波力のモデル化による応答値の差異はそれほど顕著ではないが、40mの場合(図3)には、明確な差異が認められる。折れ線近似モデルが、より実波力分布に近いことを考えれば、直線近似モデルにより応答計算を行ない、高精度の解を得るためには、要素数を2要素よりさらに増加する必要がある。図4は、4要素としたときの結果であるが、図3と図4との比較により、この場合要素数を2要素として、折れ線近似モデルを用いた場合と、ほぼ同程度の解析精度が期待できようである。ただし、所要計算時間は2要素のときより大幅に増大し、要素数を増加する効率の悪さは否めない。すなわち、応答解析の精度を上げるためには、波力として直線近似モデルを使用して、要素数を多くするよりも、折れ線近似した波力モデルを用いて、要素数を少なくする方が、計算時間を考慮した場合、好ましいといえよう。

[4] あとがき 本研究は、波力が Morison 式で与えられるとした、あくまで数値解析的研究である。したがって解析精度は、慎重な実験の結果と照合して初めて明確になるものと考えている。

* 波力の算定式としては、通常用いられる Morison 式を使用した。

** 計算時間の問題については、講演当日申し述べたい。

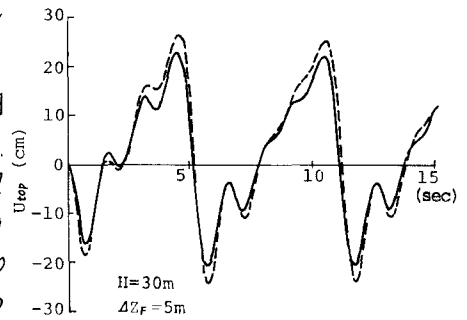


図2 振動波形(2要素)

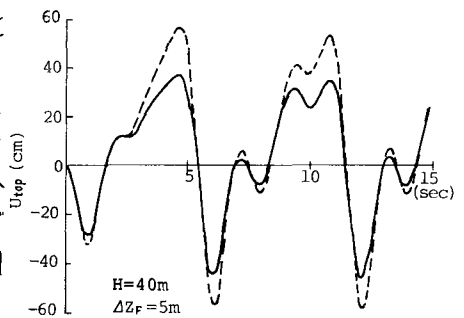


図3 振動波形(2要素)

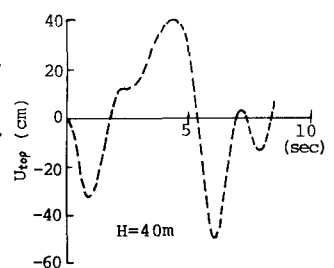


図4 振動波形(4要素)