過渡荷重を受ける半無限弾性地盤の数値解析

山口大学工学部　正会員 ○工藤洋三
山口大学工学部　正会員　中川浩二

1 はじめに

岩盤や地盤などが動的荷重を受けた場合の応答計算は今日多くの研究者によってなされている。この種の解析における困難な点は、離散化モデルでは事実上無限の境界を定めることができないということである。Lysmerらは周期荷重を受ける半無限弾性体の動的応答について数値計算をする際、無限弾性体を有限の弾性体の境界に適当な境界条件を与えることによって、進行波のエネルギーを吸収し、反射波を生じさせないようにすることによって近似している。彼らの与えた境界条件は $\sigma = a\rho V_p \dot{u}$, $\tau = b\rho V_s \dot{w}$ でここに σ, τ, ρ, V_p, V_s, $\dot{u}$ および $\dot{w}$ は それぞれ法線方向応力，接線方向応力，密度，疎密波の速度，横波の速度，法線方向粒子速度および接線方向粒子速度である。また a, b は無次元パラメーターで、周期的荷重を受ける弾性体中に生じる疎密波，横波に対しては $a=b=1$ で進行波のエネルギーをほぼ吸収できるが Rayleigh波に対しては波数および深さの関数となる。

本研究では、半無限弾性体が表面上に過渡荷重を受けた場合の動的応答について Lysmerらが示した方法の適用可能性を考察し、あわせて他の方法でも解析を試みその結果を比較検討した。なお解析にあたっては、空間場に有限要素法を、時間場に中央差分公式を適用した。

2. 一次元モデルによる検討

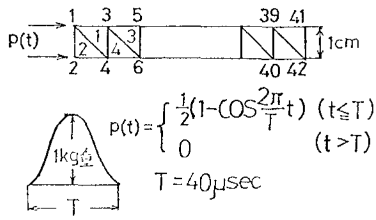

図-1　棒モデル

最初に、図-1に示したようなモデルで半無限弾性棒を近似することを試みた。Lysmerの方法を適用する際は、境界条件によって与えられる応力を減衰力におきかえ、運動方程式

$$[M]\{\ddot{u}\}+[C]\{\dot{u}\}+[K]\{u\}=\{P\}$$

における減衰マトリクス$[C]$の対角要素に $\rho C_0 A$（C_0：縦波の速度，A：境界上の面積）を用いることにより行った。またこれとは別に一次元波動方程式の解より得られる $\sigma=-\rho C_0 \dot{u}$ を差分化して境界上の節点に適用した。これらの計算により得られた結果のうちから要素10の応力の変動を図-2に示す。材料定数は密度 2.3g/cm³ 弾性係数 210,000kg/cm², ポアソン比 0.20 を用いた。Lysmerの方法については 6%程度の誤差を生じてはいるが 一次元波動伝播が考えられるような条件のもとでは 周期荷重のみならず 過渡荷重に対しても適用可能であることがわかる。

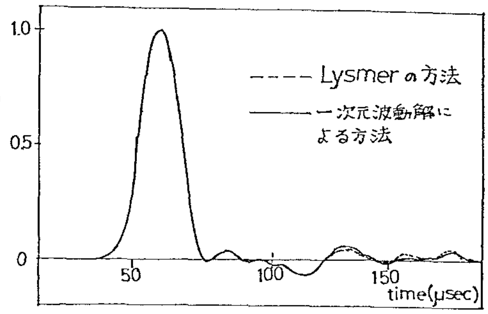

図-2　棒内を伝播する弾性波の応力

3. 二次元モデルによる検討

つぎに、図-3に示すような半無限弾性体の表面の一点に前に用いたような過渡荷重が生じた場合について検討した。二次元平面ひずみ状態では 疎密波，横波は円筒状の波頭となって 幾何減衰すると考えられるため，境界から一定の距離はなれた点においては Rayleigh波が支配的な波動となる。したがって境界においては Rayleigh波の反射をさけることが重要となる。Lysmerらが調和波動に対して与えた a, b の値では たとえ支配的な波数を求めることができたとしても 深さ方向の要素の分割などの点で多くの問題を含んでいる。実際この方法

による数値解はほとんど発散した。そのためここでは実体波同様に $a=b=1$ を採用した。載荷点からの法線および接線方向が x, z 軸と一般に一致しないので座標変換を行って計算した。また境界条件における波速は、実体波のかわりに Rayleigh 波の波速を鉛直境界に対して用いた。材料定数は 密度 $2.63t/m^3$, 弾性係数 $278{,}000kg/cm^2$, ポアソン比 0.25 を用いた。

図-4に Lysmer の方法によって得られた地表面上の要素（$x=12.75m$）の応力－時間関係および $x=13.5m$ の点の粒子の軌跡を示す。これより Rayleigh 波通過後にも 最大振幅の約10%の振幅があらわれていることがわかる。これが数値解析上の誤差と考えられるが この誤差の原因として、離散化手法の制約（要素の大きさおよび時間間隔などによるもの）と 今回与えたような境界条件によるものが考えられる。多くの解析によって前者によるものもわずかながら認められたが やはり後者によるものが支配的であった。しかしながら 総じて Rayleigh 波の挙動をよくとらえているように思われる。図-5に載荷開始から5msec および 10msec 後の比較的振幅の大きな断面の変位の深さ方向の変化を示した。これから Rayleigh 波の x 方向における進行状況がよく観察される。

この他にも近藤らが提案したような、境界において系の連続性が保たれるような境界条件を与えるような方法も検討したが、ここで用いた Lysmer の方法を飛躍的に改善させるような長所は認めることができなかった。結局、過渡荷重を受ける半無限弾性体の数値解析においても 実体波で使用したような境界条件によって比較的よい近似が与えられることがわかる。

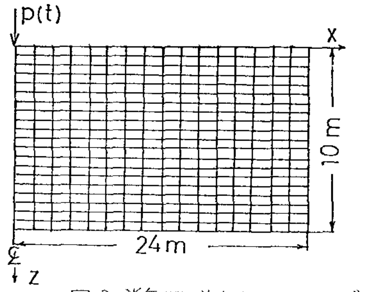

図3 半無限弾性体の二次元モデル

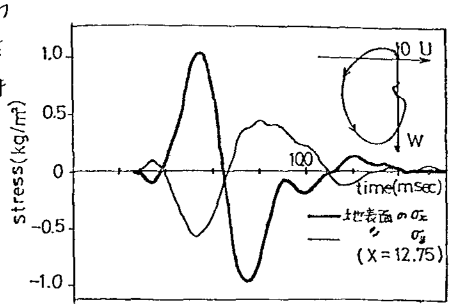

図-4 Lysmer の方法

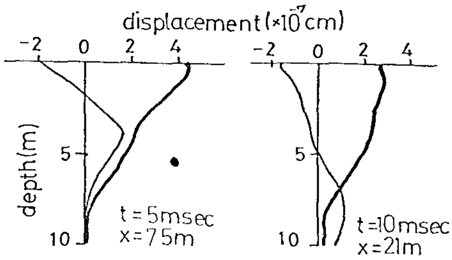

図-5 Z方向の変位の変化

4 あとがき

以上の考察により、過渡荷重をうける弾性体についても境界を適当な位置におくならば Lysmer の方法において $a=b=1$ としても充分適用可能であることが示された。またこのことは 障害物などを中間にもつ弾性体についても境界を充分離してとるならば、Lysmer の方法が適用可能であることを示唆している。

なお計算には山口大学計算機センター FACOM 230-28 を使用した。

（参考文献）

1) Lysmer, J. and Kuhlemeyer, R.L., "Finite Dynamic Model for Infinite Media," J. Eng. Mech., 1969, pp859-877.

2) Richart, F. E. Jr., Hall, J. R. Jr. and Woods, R. D., Vibration of Soils and Foundations, Prentice-Hall, 1970.