

1. まえがき

ランダム振動理論の耐震工学分野への応用は最近特に著しい。このアプローチの主なメリットの一つとして構造物の地震時動的挙動の全般的把握が容易にパラメトリック解析できる点がある。今回の研究は構造物の非線形履歴復元力特性の応答へ及ぼす効果を扱った。入力強度が大きい場合、構造物は弾性限を越えた非線形応答を示し、この現象は減衰効果と剛性の低下という2面に現われる。これらは応答に関して相対的な性格のものである故に上記の動的挙動の正確な把握はより合理的な構造物耐震設計に結びつく。

2. 解析手法

本研究では非線形履歴系の応答解析を等価線形化手法より試みた。これまでに筆者ら^{1),2)}は原系の履歴メカニズムにより忠実に数式的表現を与え、パワー・バランス法を適用して等価剛性及び等価粘性減衰係数を算定してきた。すなわち復元力 $Q(x) = C_{eq} \dot{x} + k_{eq} x$ (1) とすると、エネルギー消失率はレベル5のホワイト・ノイズ入力に対して定常応答過程で $E[DE] = \pi \frac{S}{2} = (C + C_{eq}) E[\dot{x}^2] = C E[\dot{x}^2] + E[Q(x)\dot{x}]$ (2) また、ポテンシャルエネルギー期待値は $E[PE] = k_{eq} E[x^2] = E[Q(x)x]$ (3) と導く。ここに M = 質量、 C = 微小振巾応答時の粘性減衰係数、 k_{eq} = 等価剛性、 C_{eq} = 等価粘性減衰係数、 $E[\cdot]$ は期待値を意味する。

いす復元力特性が図1の如くバネ、クーロン・スライダのコンビネーション(これを各要素と呼ぶ)で表わされるとする。これは現実には復元力が変形の滑らかな連続関数であるものを折断線(segmentwise linear)で近似したモデルである。同モデルより応答は $x = w_i + v_i$ (4) として全復元力は $Q(x) = \sum_{i=1}^n k_i w_i$ (5) 解析に都合上、各バネの降伏変位を $y_1 < y_2 < \dots < y_n$ とすると各要素について次の事象を定義することができる。

E_j = スライダー 1~j は滑っているが (j+1)~n は滑っていない。当事象下では

$$(i) \dot{v}_j = \dot{x}; i = 1, \dots, j; \dot{v}_j = 0; i = (j+1) \dots n \quad (ii) w_i = y_i \operatorname{sgn}(\dot{x})$$

$$(iii) w_i = y_i \operatorname{sgn}(\dot{x}); i = 1, \dots, j$$

$$(iv) \text{系は剛性 } k_j = \sum_{i=j+1}^n k_i, \text{ 減衰係数 } C \text{ の線形微分方程式で支配される。}$$

そして $E_0, E_1, \dots, E_n$ は全事象のサブ事象を形成する。

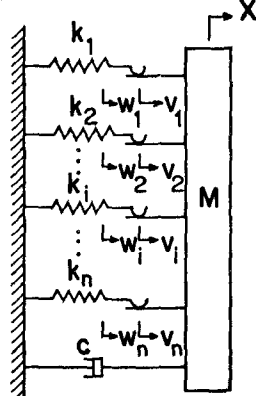


図1 解析モデル

上記補遺(III)は更に展開されて以下のような形になる。応答を $x(t) = A(t) \cos \psi(t) = A(t) \cos \tilde{\psi}(t)$, $\tilde{\psi}(t) = \psi(t) \pmod{2\pi}$ と表わすと $\dot{x}(t) = -A(t) \sin \tilde{\psi}(t)$ 但し $A(t)$ の変動は $\tilde{\psi}(t)$ に比べて緩やかと仮定している。そして振巾

$$A(t) = Q \text{ かつ } y_m < Q < y_{m+1} \text{ とすると } E_j = \left\{ \frac{y_j^*}{Q} \leq \tilde{\psi}(t) \leq \frac{y_{j+1}^*}{Q} \right\} \cup \left\{ \pi + \frac{y_j^*}{Q} \leq \tilde{\psi}(t) \leq \pi + \frac{y_{j+1}^*}{Q} \right\}; j = 1, \dots, (m-1)$$

$$E_m = \left\{ \frac{y_m^*}{Q} \leq \tilde{\psi}(t) \leq \pi \right\} \cup \left\{ \pi + \frac{y_m^*}{Q} \leq \tilde{\psi}(t) \leq 2\pi \right\} \quad \text{ここに } y_j^* = \cos^{-1} \left(1 - \frac{2y_j}{Q} \right), \text{ そして } \cup \text{ は 2 事象の合併を意味する。}$$

以上の物理的考慮より式(2)の最大値を2項の履歴によるエネルギー消失率は

$$E[Q(x)\dot{x}] = \sum_{i=1}^n k_i \sum_{j=0}^n P_r(E_j) E[w_i \dot{v}_i | E_j] = \sum_{i=1}^n k_i y_i \sum_{j=i}^n P_r(E_j) E[|\dot{x}| | E_j] \quad (6)$$

$$\text{ここに条件付 } E[|\dot{x}| | E_j, A=Q] \text{ は } E[|\dot{x}| | E_j, A=Q] = \begin{cases} \left(\frac{k_j}{M} \right)^{1/2} \cdot \frac{2(y_{j+1} - y_j)}{\pi f_d(E_j)} & ; j = 1, \dots, (m-1) \\ \left(\frac{k_m}{M} \right)^{1/2} \cdot \frac{2(Q - y_m)}{\pi f_d(E_m)} & ; j = m \end{cases}$$

上式に振巾密度関数 $P_d(Q)$ を導入すると

$$E[Q(x)\dot{x}] = \int_0^{\infty} E[Q(x)\dot{x} | A=a, Y_m < a < Y_{m+1}] P_A(a) da = \frac{1}{2\pi} \left(\sum_{i=1}^{m-1} \sum_{j=i}^{m-1} \left[\left(\frac{K_i}{M} \right)^{1/2} - \left(\frac{K_{i+1}}{M} \right)^{1/2} \right] (HED)_{i,Y_{j+1}} + \left(\frac{K_m}{M} \right)^{1/2} (HED)_A \right) P_A(a) da \quad (7)$$

但し $(HED)_A = \sum_{i=1}^m (HED)_{i,A}$, $(HED)_{i,A} = 4\pi c_i Y_i (A - Y_i)$ 前者は振巾 $A=a$ の履歴ループで囲まれた面積である。

さて系に粘性減衰がある場合、式(3)の評価が必要となる。1) 主応答平均振動数 $\omega_x = (E[\dot{x}^2]/E[x^2])^{1/2}$ (8) という形で考えれば $\omega_x^2 = (1/\pi) E[Q(x)\dot{x}]/E[x^2]$ と求めることになるが本研究では $\omega_x^2 = E[\dot{x}^2]$ (9)

で近似する エネルギー消失率を算定した同じ手法を適用すると

$$E[\dot{x}^2] = \int_0^{\infty} E[\dot{x}^2 | A=a] P_A(a) da \quad (10) \quad \text{そして条件付き期待値は}$$

$$E[\dot{x}^2 | A=a] = \sum_{j=0}^n R(E_j) E[\dot{x}^2 | E_j, A=a] \\ = \sum_{j=1}^m \frac{K_{j-1} - K_j}{M} \frac{\Phi_j^*}{\pi} + \frac{K_m}{M} \quad (11)$$

式(7), (11)においてオー項 2項の影響は小さいとして無視し得るとすれば、復元力が滑らかな場合は

$$E[Q(x)\dot{x}] \approx \frac{1}{2\pi} \left(\frac{K_0}{M} \right)^{1/2} (HED)_A P_A(a) da \quad (12) \quad \omega_x^2 \approx \left(\frac{K_0}{M} \right) P_A(a) da \quad (13)$$

なおバイリニア型では式(7)の2項は常となる

3. 解析例

トリリニア型履歴系について調べた。表1は比 $R = E[Q(x)\dot{x}]/(E[x^2])^{1/2}$ を計算したもので、 $\sigma_x = (E[x^2])^{1/2} \approx Y_2$ の近傍のみで1と多少下廻っているがその他の領域では1となっている。図2, 3は式(12)及び(13)を用いて算出したrms変位応答と、応答平均振動数で、シミュレーション結果と本解析精度を調べたものである。シミュレーションでは正規乱数を $\sigma_x \omega_0 = 0.12$ 刻みで発生させ、これに対する応答と継続時間 m 在 $\omega_0 = 1800$ にわたって統計処理した。上図で使用している入力強度レベル N は $N = (25 \cdot \omega_0)^{1/2} / \omega_0^2$ として $\omega_0 =$ 微小線形応答時の固有振動数, $\beta_0 =$ そのときの減衰定数である。

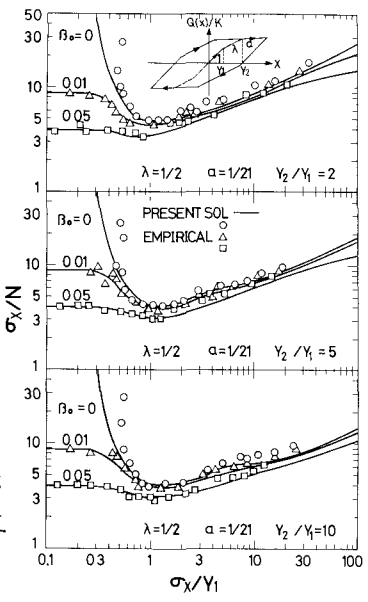


図2 定常rms応答

TABLE 1. PARAMETRIC STUDY OF R VALUES FOR TRILINEAR SYSTEMS

σ_x/Y_1	$\lambda = \frac{1}{2} \quad \alpha = \frac{1}{10}$			$\lambda = \frac{1}{2} \quad \alpha = \frac{1}{21}$			$\lambda = \frac{1}{2} \quad \alpha = \frac{1}{10}$		
	Y_2/Y_1			Y_2/Y_1			Y_2/Y_1		
	2	3	10	2	3	10	2	3	10
0.5	0.993	1.000	1.000	0.992	1.000	1.000	0.996	1.000	1.000
0.8	0.886	1.000	1.000	0.803	1.000	1.000	0.911	1.000	1.000
1.5	0.774	0.991	1.000	0.695	0.989	1.000	0.854	0.995	1.000
2.0	0.800	0.939	1.000	0.709	0.923	1.000	0.862	0.965	1.000
3.0	0.857	0.829	0.993	0.781	0.773	0.991	0.894	0.887	0.996
5.0	0.915	0.827	0.896	0.864	0.749	0.857	0.934	0.851	0.929
10.0	0.959	0.907	0.872	0.933	0.856	0.810	0.967	0.898	0.858
15.0	0.973	0.940	0.914	0.956	0.905	0.868	0.978	0.928	0.880

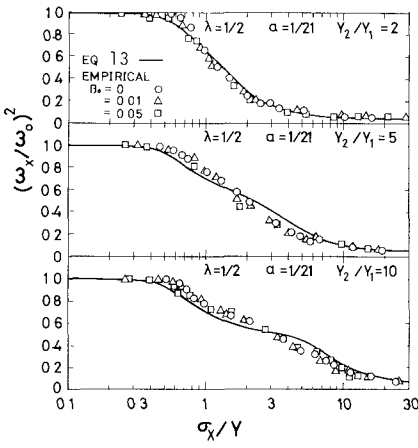


図3 応答平均振動数

1) Lutes, L. D., and Takemiya, H., "Random Vibration of Yielding Oscillator", Journal of the Engineering Mechanics Division, American Society of Civil Engineers, Vol. 100, No. EM 2, April, 1974, pp.343-358

2) Takemiya, H., and Lutes, L. D., "Stationary Random Vibration of Hysteretic Systems", Journal of the Engineering Mechanics Division, American Society of Civil Engineers, (to appear soon).