

せん断変形を考慮したリブ付き板の座屈解析について

愛媛大学 正員 見沢繁光, 正員 大賀水田生
徳山高専 正員 重松恒美, 正員 原 隆

1 まえがき

本研究では サンドイッチ板, あるいは中空板(Hohlplatte)のように, せん断変形の影響を考慮しなければならない板(以下, せん断弾性板と呼ぶ)にリブを取り付けた場合の座屈解析を, 等方性板で一方向に等分布圧縮荷重を受け, 荷重に垂直な二辺は単純支持とし, 他の二辺は任意に支持されている状態で行なった。解析方法としては伝達マトリックス法を用いた。伝達マトリックス法は せん断弾性板に対する格間伝達マトリックスと導き, またリブのぬじりの影響を無視してせん断弾性板とリブのせん断力のつりあい条件より格点マトリックスを求め, 更にこれらの両者をかけ合わせることにより, 得ることができる。数値計算例として 一本のリブを配置した, 四辺単純支持のせん断弾性板に対して, リブの剛性比, 面積比, せん断弾性板のせん断剛性をパラメータとして, 座屈係数を求めた。

2. 伝達マトリックス法によるせん断弾性板の理論解析

図-1に示す一方向圧縮荷重を受けるせん断弾性板のみの微分方程式は, 図-2の板要素の断面力のつりあいと考え, せん断力 Q_x, Q_y を応力関数 Ω , たわみ W と変位関数 ψ にあてはめることにより 次の二つの微分方程式となる。

$$\left. \begin{aligned} D\Delta\Delta W &= -R_z W'' + \frac{D}{S} R_z \Delta W'' \\ \Omega - \frac{1}{2}(1-\nu) \frac{D}{S} \Delta\Omega &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

ここに, D : 曲げ剛性, S : せん断剛性, R_z : 圧縮荷重,

$$\Delta \equiv \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}, \quad ' \equiv \frac{\partial}{\partial x}$$

また, 応力関数 Ω , 変位関数 W は, 図-1の支持状態で,

$$W = \bar{W}(y) \sin \frac{m\pi}{a} x, \quad \Omega = \bar{\Omega}(y) \cos \frac{m\pi}{a} x \quad (2)$$

と表わせる。(1), (2)を用い, 状態量 $[Z]$ として 変位 $W, \psi, \psi',$ 断面力 $M_{xy} = M_{yx}, M_y, Q_y$ ととり, 次のような表示を用いると,

$$\begin{aligned} {}^*W &= -D\bar{W} & {}^*M_{yx} &= -\left(\frac{a}{m\pi}\right)^2 \bar{M}_{yx} \\ {}^*M_y &= \left(\frac{a}{m\pi}\right) D \bar{\psi}' & {}^*M_{xy} &= \left(\frac{a}{m\pi}\right)^2 \bar{M}_{xy} \\ {}^*Q_y &= \left(\frac{a}{m\pi}\right) D \bar{\psi} & {}^*Q_x &= \left(\frac{a}{m\pi}\right)^2 \bar{Q}_x \end{aligned}$$

格間伝達マトリックス $[F]$ は (6×6) のマトリックスとなる。

$$\text{また, } [Z] = [F][Z_0]$$

とし, 両端の境界条件を考慮すれば, せん断弾性板のみの座屈解析ができる。(図-3参照)

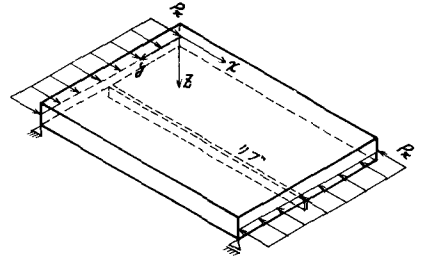


図-1 支持状態

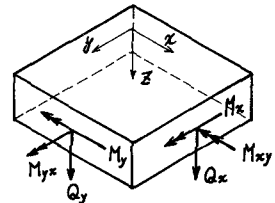


図-2 板要素

表-1 格点マトリックス

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ R_{61} & 0 & R_{62} & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

次に、図-1に示すリブと $y=b$ 点に付け、その前後の状態量と $[z_i], [z_{i+1}]$ として、図-2の断面力を参照すれば、リブの収縮りによる影響を無視することにより、つりあい条件式は

$$Q_{y,i+1} - Q_{y,i} + Q'_x - \sigma F_R W'' = 0 \quad (3)$$

となる。ここに、 σ : 圧縮荷重(単位面積当り), F_R : リブの断面積、である。(3)式を変形し、(2)式の応力関数 Ω および変位関数 W で表示し、同様の方法により、

$$\left. \begin{aligned} \overline{W}_{y,i+1} &= \overline{W}_i, \quad \overline{F}_{y,i+1} = \overline{F}_{y,i}, \quad \overline{F}_{x,i+1} = \overline{F}_{x,i} \\ \overline{M}_{x,y,i+1} &= \overline{M}_{x,y,i}, \quad \overline{M}_{y,i+1} = \overline{M}_{y,i} \\ \overline{Q}_{y,i+1} &= \overline{Q}_{y,i} - \left\{ -\frac{E J_R (M \pi)}{D} + \frac{\sigma F_R (Q)}{D} \right\} \overline{W}_i \\ &\quad - \left\{ \frac{2 E J_R (M \pi)}{D} - \frac{2 \sigma F_R (Q)}{D} \right\} \overline{F}_{x,i} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

となる。ここに、 E : リブの弾性係数, J_R : リブの断面二次モーメントである。したがって(4)式より

$$[z_{i+1}] = [R][z_i] \quad (5)$$

となり、 $[R]$ が移点マトリックスである。 $[R]$ を、表-1に示す。これらより、図-1に示すようにリブが1等の場合の伝達マトリックス $[U]$ は、次式となる。

$$[U] = [F_2][R][F_1] \quad (6)$$

(6)式より、求める座屈条件式は、 $y=0$ での状態量 $[z_0]$ と $y=b$ の状態量 $[z_b]$ の関係が

$$[z_b] = [U][z_0] \quad (7)$$

となるから、両端の境界条件を考慮することにより導かれる。今回の場合、両端単純支持であるから、両端とも $\overline{W} = \overline{F}_x = \overline{M}_y = 0$ と代入すれば座屈条件式が得られる。

3. 数値計算結果および検討

(7)式により、両端の境界条件を考慮して座屈条件式を組み立て

、二分法により数値計算を行なう。図-3はリブの γ と δ の座屈係数の図である。図-4は、形状比 $\gamma/b = 1$ リブと板の剛性比 $\gamma = 1 \sim 20$ 、面積比 $\delta = 0$ 、板のせん断剛性のパラメータ $\varepsilon = \frac{10^3 D_s}{E D_R} = 0.1$ に対し、リブ位置を变化させたときの座屈係数を示している。 $b/b = 0.5$ では、最大の座屈係数は $\gamma = 5$ 以上で生じ、 $k = 8.2$ である。なお、リブの γ と δ の座屈係数は、図-3より $k = 3.3$ である。本研究で用いた伝達マトリックスは、せん断変形を考慮しに要素を含みため、4位精度計算を行なうことも満足する解が得られない場合がある。なお、分割法による解法を導入して、他の境界条件に対する解析を行なっている。

<参考文献> A. Pflüger: Stabilitätsprobleme der Elastostatik, Springer Verlag 1974

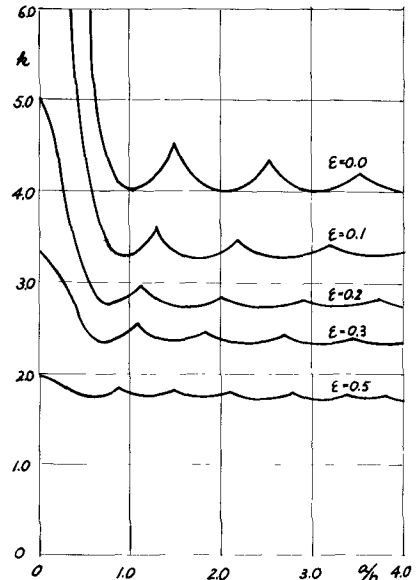


図-3 座屈係数

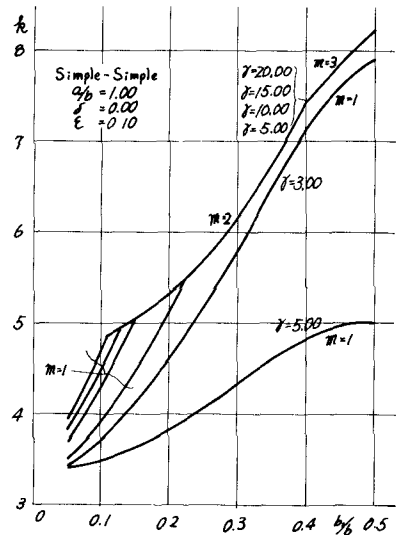


図-4 座屈係数