

伝達マトリックス法による補剛材を有する板の座屈解析について

愛媛大学 正員 見沢繁光, 正員 大賀水田生
徳山高等 正員 重松恒美, 正員 〇原 隆

1. まえがき

本研究では、補剛材を有する板に対して、板の微分方程式の一般解から得られる格間伝達マトリックス $[F]$ と板と補剛材のつりあい条件から求められる格点マトリックス $[R]$ を用いて、伝達マトリックス $[U]$ を用いて、一方向に等分布圧縮荷重を受け、荷重方向に垂直な二辺は単純支持とし、他の二辺は任意に支持された板に補剛材をとりつけた状態で座屈解析を行ない、境界条件の変化、補剛材と板の剛性比、荷重比の変化、及び補剛材のねじり影響の有無による座屈強度の変化を調べた。また Timoshenko, Barbré らによる従来の座屈解析結果との比較検討を行った。

2. 伝達マトリックス $[U]$ の誘導

補剛材を N 本配置したときの伝達マトリックス $[U]$ は

$$[U] = [F_{N+1}][R_N][F_N] \cdots [F_2][R_1][F_1] \quad (1)$$

となる。ここに $[F_N]$ は、 $N-1$ 番目と N 番目の補剛材ではさまれた板の区間の格間伝達マトリックスであり、 $[R_N]$ は、 N 番目の補剛材位置の格点マトリックスである。

2-1. 格間伝達マトリックス $[F_N]$ の誘導

図-1 に示す支持状態の、板のみの微分方程式は、Kirchhoff の仮定に従えば、次式となる。

$$\Delta \Delta W = -\frac{P_x}{D} W'' \quad (2)$$

ここに D : 板の曲げ剛性, $\Delta \equiv \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$, $\prime \equiv \frac{\partial}{\partial x}$

図-1 の支持状態では、たわみ W は次式を満足するから

$$W = \bar{W}(y) \sin \frac{m\pi}{a} x \quad (3)$$

状態量 $[Z]$ として、たわみ W , たわみ角 ψ , 曲げモーメント M_y , 換算せん断力 Q_x とすると、 $[F_N]$ は次式となる。

$$[Z] = [F_N][Z_0] \quad (4)$$

ここに、 $[Z_0]$ は、初期状態量ベクトルである。

2-2. 格点マトリックス $[R_N]$ の誘導

図-2 に示す N 点の格点マトリックスは、 i と $i+1$ の状態量ベクトル $[Z_i]$, $[Z_{i+1}]$ とおくと、曲げモーメント、及び換算せん断力の変化は、次式で示される。

$$M_{y,i+1} = M_{y,i} + G J_T \psi_y'' - E C_m \psi_y'''' - \sigma J_T \psi_y'' \quad (5-a)$$

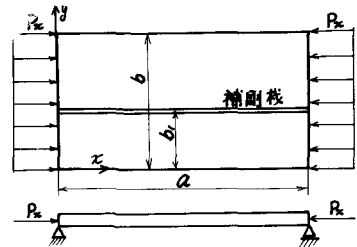


図-1 支持状態

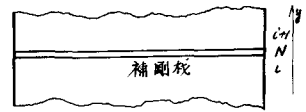


図-2 補剛材配置点

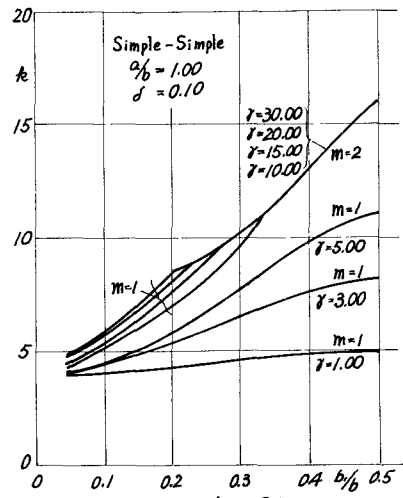


図-3 座屈係数

$$V_{y,ini} = V_{y,i} + E I_k W''' + \sigma F_R W'' \quad (5-b)$$

ここに E, G : 補剛材の弾性係数及びせん断弾性係数
 J_k, J_p : 補剛材の慣性モーメント及び極慣性モーメント
 J_T, C_m : St. Venant のねじり抵抗及びそり抵抗, σ : 単位面積当りの圧縮荷重, F_R : 補剛材の断面積, である。2-1と同様な変形を行なうと、格点マトリックス $[R_N]$ は次式となる。

$$[Z_{in}] = \begin{bmatrix} W_{in} \\ V_{y,ini} \\ M_{y,ini} \\ V_{y,i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & R_{22} & 1 & 0 \\ R_{41} & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W_i \\ V_{y,i} \\ M_{y,i} \\ V_{y,e} \end{bmatrix} = [R_N] \cdot [Z_i] \quad (6)$$

3. 数値計算結果

式 (4), (6) を用いて、式 (1) を求め、 $y=0$, b の境界条件を考慮して座屈条件式を作り、板と補剛材の剛性比 $\gamma = \frac{E I_k}{E b d}$ と面積比 $\delta = \frac{F_R}{b h}$ をパラメータとして、補剛材位置 b/b を移動させたときの座屈係数を二分法により計算した。図3、図4は、両端単純支持の境界条件で、それぞれ、ねじりを考慮しない ($R_{22}=0$) 場合と考慮した場合の図である。 $b/b=0.5$ のとき、図3では、 $\gamma=7.23$ 以上では座屈係数は一定値 $k=16$ になるが、図4では、 γ の増加によっても座屈係数は一定値となりにくい。また図3は エネルギー法を用いて Barbré が解析した結果と一致している。図5は、一端単純支持他端自由の境界条件のときの図である。この場合、最大の座屈係数を得る補剛材の位置は γ の増加に伴って、自由端付近から徐々に単純支持端に近づき、 γ のとき b/b が約 0.7 付近となり、そのとき $k=7.8$ である。この結果は形状比 $q/b=1$ 以外の場合も同様である。図6は 2本の補剛材と板の3等分点に配置したときに、両端固定、両端単純、両端自由のそれぞれの境界条件の座屈係数を求めた図である。 γ の増加に伴って、座屈係数はそれぞれ、 $k=43.0$, $k=36.0$, $k=29.3$ に達して11る。

4. あとがき

補剛材を有する板の座屈解析をマトリックスの積を求める単純な操作で行なうことができた。しかし、座屈条件式の根を求めるときに貯差が生じ、特に2本の補剛材を配置したときは4倍精度計算でも貯差が生ずる場合があるため、格点マトリックスを分割する方法により根を求めた。なお、数値計算は、徳山高等電算室 ACOS-41 によった。

<参考文献>

- 1). Kollbrunner, Meister : Ausbeulen, Springer-Verlag
- 2). W. Schnell : Zur Berechnung der Beulwerte von längs- oder querverstärkten rechteckigen Platten unter Drucklast, ZAMM 1956

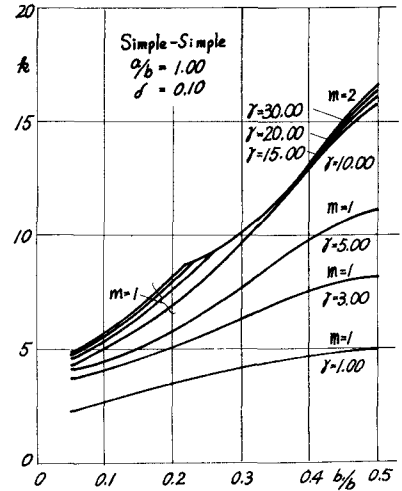


図-4 座屈係数

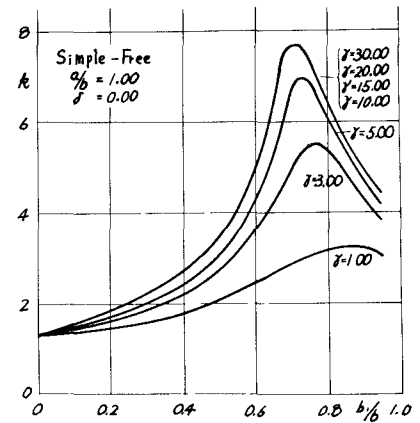


図-5 座屈係数

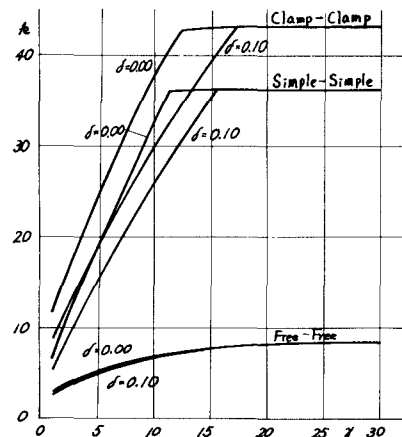


図-6 座屈係数