

IV-2 重力モデルの収束に関する研究

広島大学 正員 杉 恵 頼 寧

広島大学 学生員 〇松 岡 康 弘

[1] はじめに

交通需要予測において、通常、発生、分布、交通機関別分担、配分の4段階に分割し、それぞれのサブモデルを直列に連結した予測システムがとられる。このため、発生モデルのアウトプット（発生交通量 G_i 、集中交通量 A_j ）が、分布モデルのインプットとなる。分布モデルとして一般に良く使用される重力モデルを用いた場合、計算された推定 $\hat{G}_i$ の発生交通量 $\hat{G}_i$ 、集中交通量 $\hat{A}_j$ は、分布モデルのインプット G_i 、 A_j に普通一致しない。そこで $\hat{G}_i$ 、 $\hat{A}_j$ を G_i 、 A_j に収束させるため FRATAR 法との組み合わせ（重力モデル $\rightarrow$ FRATAR 法で修正； $G \rightarrow F$ 法と以下呼ぶ事とする）が良く用いられる。

この $G \rightarrow F$ 法において、修正量が大であればある程、元の $\hat{O}$ 表のパターンと収束時の $\hat{O}$ 表のパターンとは違ったものとなり、修正量によっては、必ずしも重力モデルの存在が意味を有するとは限らない。換言するなら、修正量が小さい内は、 $G \rightarrow F$ 法において重力モデルは、存在価値を有するが、修正量が大であるなら、重力モデルは、存在価値を失い、現在 $\hat{O}$ 表が揃っているなら FRATAR 法のみで良い事になる。故に本研究は、従来一般に行なわれて来た $G \rightarrow F$ 法の論理の矛盾の立証と、今迄余り研究されていない収束状態を修正重力モデル、FRATAR 法、 $G \rightarrow F$ 法の比較において Weighted RMS 誤差を指標として行なっている。

使用データとしては、国勢調査報告 昭和35年、40年、45年の「常住地による就業地・通学地別、15歳以上の就業者数及び通学者数」により $\hat{O}$ 表を作成した。対象地域は、広島都市圏（20ゾーン）である。

[2] 収束モデルの紹介

[3]の各種収束モデルの収束状態の比較に使用したモデルの内、特に今回用いた修正重力モデルを紹介する。

収束とは、 $\sum_{j=1}^n \hat{G}_i = G_i$ 、 $\sum_{i=1}^n \hat{A}_j = A_j$ （収束判定規準）を満足する事である。

修正重力モデルとは、重力モデル（ $\hat{G}_i = k \cdot G_i \cdot A_j^\alpha \cdot T_{ij}^{-\beta}$ ）但し、 $\hat{G}_i$: ゾーン i への将来発生交通量 A_j : ゾーン j の将来集中交通量 T_{ij} : 交通抵抗（バス路線距離） k, α, β, r : パラメータ n : ゾーン数）に、発生交通量条件（ $\sum_{j=1}^n \hat{G}_i = G_i$ ）、又は集中交通量条件（ $\sum_{i=1}^n \hat{A}_j = A_j$ ）を代入したものである。（表-1の基本計算式）これらの修正重力モデルは、発生交通量条件、又は集中交通量条件のどちらか一方を満足して居り、他の条件は、修正計算式によって反復計算を行ない収束させる。

表-1 修正重力モデル

分布モデル名	基本計算式	修正計算式
TYPE-I 修正重力モデル (GA)	$\hat{G}_i = G_i \cdot A_j^\alpha \cdot T_{ij}^{-\beta} / \sum_{j=1}^n A_j^\alpha \cdot T_{ij}^{-\beta}$	$A_j^{(N)} = [A_j / \sum_{i=1}^n \hat{G}_i] A_j^{(N-1)}$
簡略修正重力モデル (GA)	$\hat{G}_i = G_i \cdot A_j \cdot T_{ij}^{-2} / \sum_{j=1}^n A_j \cdot T_{ij}^{-2}$	"
修正重力モデル (AG)	$\hat{A}_j = A_j \cdot G_i^\alpha \cdot T_{ij}^{-\beta} / \sum_{i=1}^n G_i^\alpha \cdot T_{ij}^{-\beta}$	$G_i^{(N)} = [G_i / \sum_{j=1}^n \hat{A}_j] G_i^{(N-1)}$
簡略修正重力モデル (AG)	$\hat{A}_j = A_j \cdot G_i \cdot T_{ij}^{-2} / \sum_{i=1}^n G_i \cdot T_{ij}^{-2}$	"
TYPE-II 修正重力モデル (GA)	$\hat{G}_i = G_i \cdot A_j \cdot T_{ij}^{-\beta} / \sum_{j=1}^n A_j \cdot T_{ij}^{-\beta}$	$A_j^{(N)} = [A_j / \sum_{i=1}^n \hat{G}_i] \{A_j^\alpha\}^{(N-1)}$
修正重力モデル (AG)	$\hat{A}_j = A_j \cdot G_i \cdot T_{ij}^{-\beta} / \sum_{i=1}^n G_i \cdot T_{ij}^{-\beta}$	$G_i^{(N)} = [G_i / \sum_{j=1}^n \hat{A}_j] \{G_i^\alpha\}^{(N-1)}$

注) (GA): () 内の GA は、最初の文字は、そのモデルが発生交通量条件を満足している事を示し、次の文字 A は、集中交通量条件を満足させるために反復計算を行なう事を示す。

[3] 各種収束モデルの収束状態

[2]で紹介した修正重力モデルと FRATAR 法等によって、35年の現況実績 $\hat{O}$ 表を用いて、45年の $\hat{O}$ 表を推定し45年の現況実績 $\hat{O}$ 表と比べて Weighted RMS 誤差を反復計算毎に求めた。そして、その一部を表-2に示す。

Weighted RMS 誤差とは、次式によって表わされる。 $Weighted\ RMS\ 誤差(\%) = \frac{\sum \{ (\sqrt{\frac{\sum (v_{ij} - \hat{v}_{ij})^2}{n_k}}) \div (\frac{\sum v_{ij}}{n_k}) \} \times (\frac{\sum v_{ij}}{\text{全トッパ数}}) \times 100 \}$ 但し、 v_{ij} : 実績値 $\hat{v}_{ij}$: 推定値 n_k : k グループに属するゾーン・ペア数 m : 実績値もその絶対値に応じて、グループ分けした時のグループ数。そして以下 Weighted RMS 誤差を W.RMS と略す。表-2 より次の事が言える。

表-2 反復計算毎の W.RMS と誤差減少の度合

分布モデル名	W.RMS (%)			誤差減少の度合(%)	
	0 反復回数	1 反復回数	収束 反復回数	反復回数	反復回数
1. 重力モデル	73.55			0-1	1-収束
2. TYPE-I ①修正重力モデル (GA)	64.42	39.72	27.28(2)	67	33
②簡略 " (GA)	59.10	39.19	35.44(4)	84	16
3. TYPE-I ①修正重力モデル (AG)	53.54	42.20	27.28(2)	43	57
②簡略 " (AG)	80.23	38.61	35.44(4)	93	7
4. TYPE-II 修正重力モデル (GA)	64.42	30.12	27.28(9)	92	8
5. TYPE-II 修正重力モデル (AG)	53.54	28.72	27.28(9)	95	5
6. FRATAR 法 ① FA(19)=0, FA(20)=0	57.21	17.72	17.40(15)	99	1
②実績の35要素→1	57.21	16.62	16.23(13)	99	1
7. 簡略FRATAR法 ①0日表の要素→1	101.10	47.41	40.14(12)	88	12
②実績の19要素→1	101.10	62.19	48.53(16)	94	26
8. 重力モデル→FRATAR法で修正	73.55	30.99	27.22(12)	92	8

1) 広島都市圏(20ゾーン)において、35年をベースにして、45年を予測した場合、FRATAR法が一番精度が良く、修正重力モデルは、精度優位順では、4位で有り、その W.RMS は、16.73%、27.28% で11% 程度の違いがある。

2) 今回、別に簡略修正重力モデル及び簡略 FRATAR法を用いたが、かなり良い精度を示し、重力モデルのみの推計精度と比較すると30%の差がある。

3) 反復計算を1回行なう事により、かなりの W.RMS の減少がみられる。(表-2 誤差減少の度合)

4) 反復計算をN回行なって、N+1 回目の W.RMS と比較して1%以内の違いが生じるNは、各種分布モデルによって異なるが、1回〜5回迄の間である。

[4] G→F法における0日表の変移 “重力モデル→FRATAR法で修正”のG→F法においてFRATAR法の存在は、重力モデルの特性を消失させるが、否かという問題に対しては、以下の理由により消失させるという結論となった。

W.RMSを指標とする場合、重力モデルによる推定0日表と現況実績0日表からのW.RMSと、G→F法による推定0日表と現況実績0日表とのそれに顕著な差があれば、G→F法の推定0日表は、FRATAR法の特性を有する0日表となり、最初の重力モデルの使用は、無意味となる。

表-3 予測年度45年の場合

	データ数	W.RMS (%)	
		G-M	収束
①35年度のパラメータ使用	137	73.55	27.22
②40年度のパラメータ使用	178	76.04	26.21
③45年度のパラメータ使用	232	72.19	27.06

表-3より、重力モデルとG→F法の間には、顕著な差がある。故にG→F法の推定0日表は、FRATAR法の特性を有する0日表に変化したと思われる。又、表-3のW.RMSは、 v_{ij} に現況実績0日表の要素を入れて計算したが、表-4は、 v_{ij} に反復回数零回の0日表すなわち重力モデルのみによって推定された0日表の要素を入れて、反復計算毎のW.RMSを算出した。これより反復計算によって元の0日表が大きく変化した事がわかる。

[5] おわりに

[3]において、簡略モデル群の精度と反復計算1回によって、かなりの誤差減少を生じている事は、特筆すべき事であろう。反復計算1回による誤差減少は、[4]における0日表の変移にも関連する事であるが、反復回数零回の0日表をかなり変化させるという事である。今後の課題としては、今回の結果が一般的に言えるかどうか広島都市圏以外の地域について、同様の解析を行なう事と、0日表の変化を的確に表わす指標の開発とがある。

表-4 0日表の変移(使用パラメータ35年, 予測年度45年)

反復回数	0	1	2	3	...	10(収束)
W.RMS (%)	0.00	175.88	185.08	189.34		192.50

注) G-M: 重力モデル

収束: FRATAR法で収束