

山口大学 正員 青藤 隆
九州大学 学生員 ○ 松尾 真希

一般に境界層方程式を厳密に解くことは非常に困難を伴うので、これを境界層厚さ方向に積分して得られる von Karman の運動量方程式による近似解法が常用されている。この際、境界層内の流速分布形としては管桁流れに適合する指数型および対数型流速分布形が用いられ、主流流れに乱れのない境界層の発達に関しては充分満足する結果が得られているが、壁面噴流による境界層においては主流の影響し境界層内の流速分布は一様化 (土屋 $1/2$ 則, Schwarz $1/4$ 則) され、その結果壁面剪断力は通常の対数則および Blasius 則より推定されるものに較べはるかに大きい値となる。

物理的な意味の検討は行なわず、通常用いられている抵抗則に含まれている実験定数などの様になるものを逆算したものが図-1, 2である。

図-1 指数型流速分布則を仮定した場合の抵抗則

$$C_f = \gamma \left(\frac{U_m \delta_0}{y} \right)^{-\frac{2n}{n+1}}$$

の実験定数 γ と n を変化させ、噴流上の壁面噴流による境界層の厚さを各流速距離において一致する γ と n の値を求めて示したもので、局所的には境界層厚さの計算値と実験値を一致させることは出来るが、全体的に一致させることは出来ない。これ以前般で述べた様に流速分布が流速距離によって変化するものと考えられる。

図-2 は粗面上の境界層内流速分布を対数型流速分布形とし完全粗面の抵抗則

$$\frac{U_m}{U_\tau} = Ar + \frac{1}{K} \ln \frac{\delta_0}{k_s}$$

における Ar および k_s を別個に変化させて、粗面上の境界層発達の実験結果と一致する Ar および k_s を求めて示したものが図-2である。同様な砂粒を張付け粗面にする本実験においては相当粗度としては砂粒の粒径程度をとるべきであることより、壁面粗度が大きい程便宜の境界条件 y/k_s は大きくする必要があり $k_s/\delta_0 = 0.35$ では $y/k_s = 0.3$ と通常の10倍となる。

前般で測定した流速分布を用い、境界層近似を導入した運動方程式によって求めた剪断力および渦動粘性の分布を参考にして境界層内の流速分布を求めてみる。剪断力および渦動粘性の分布に関する仮定は流速分布に対してはそれぞれと観測できないことより次のように仮定する。

図-1 指数型流速分布則における γ と n の値

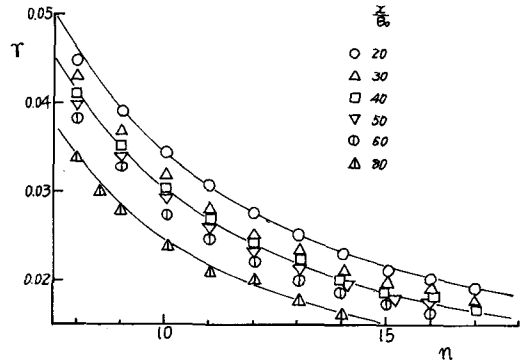
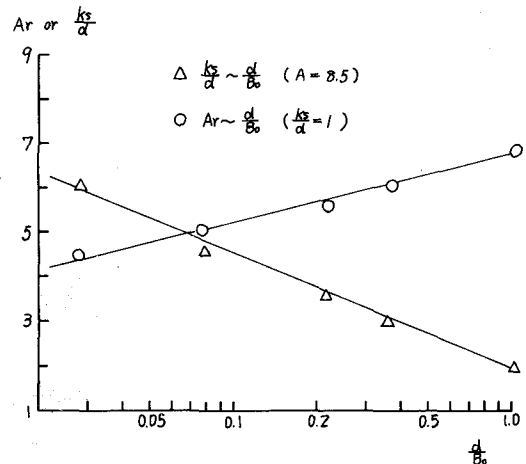


図-2 対数型流速分布則における Ar と k_s の値



$$(1) \frac{z}{\rho} = U_*^2 (1 - \eta), \quad (2) \bar{v} = \kappa U_* \delta_B (1 - E\eta)\eta, \quad U_*^2 = \frac{z_0}{\rho}, \quad \eta = \frac{y}{\delta_B}, \quad E = 1 - \frac{\alpha U_m \delta_0}{\kappa U_* \delta_B}$$

壁面近くの条件は流速の絶対値に影響を与えることより粘性項は考慮し、非定常項を無視すると運動方程式は

$$(3) \frac{z}{\rho} = (v + \bar{v}) \frac{du}{dy}$$

滑りぬける壁面において壁面に沿ってその中で渦動粘性係数はほとんど役割を持たない粘性底層が存在する。また粗面においては底面附近で粗度起因した乱れの場合が生じていて、壁面からはなれるとその影響は消えて外層の乱れの場合に接近していく。従って粘性底層と外層との間に隔り薄いことより乱れエネルギーおさめ渦動粘性が一定である乱流底層を導入する。粘性底層および乱流底層の境界面高さを η_1 とし流速分布を滑りぬけるに持統さすと境界層内の大半部を占める外層の流速分布として次式を得られる。

$$(4) \frac{U_*}{\kappa} = \frac{1}{\kappa} \left[R_* \eta_1 + \frac{R_* (\eta_1^2)}{1 + R_* (\eta_1^2) \{1 - E(\eta_1 - \eta_1)\}} \right] + \frac{1}{2E} \left\{ \ln \left| \frac{ER_* (\eta_1^2 - R_* (\eta_1 - 1))}{ER_* (\eta_1^2 - R_* (\eta_1 - 1))} \right| + \frac{R_* (1 - 2E)}{\sqrt{R_*^2 + 4ER_*}} \ln \left| \frac{2ER_* (\eta_1^2 - (R_* + \sqrt{R_*^2 + 4ER_*}))}{2ER_* (\eta_1^2 - (R_* - \sqrt{R_*^2 + 4ER_*}))} \right| \right\}$$

渠原の研究によれば、均一砂粒を敷きつめた粗面であるような Vortex-type の乱流境界層厚は次式で与えられる。

$$(5) \eta_2 - \eta_1 = \frac{d}{\delta_B} \left[1 - \exp \left\{ -0.055 \left(\frac{U_* d}{\nu} - 3.0 \right) \right\} \right]$$

$U_* d / \nu \leq 3.0$ なる場合 $\eta_2 = \eta_1$ で (4) 式は滑面における境界層外層の流速分布となる。(4) 式と Nikuradse の実験結果 ($E \rightarrow 1$ ($\alpha \rightarrow 0$)) と比較して粘性底層の厚さは次のように求める。

$$(6) \frac{U_* y_1}{\nu} = 7.78 \text{ (滑面)}$$

$$(7) \frac{U_* y_1}{\nu} = 8.5 - \frac{R_d}{\kappa(1 + R_d)} - \frac{1}{2\kappa} \ln R_d, \quad R_d = \kappa \frac{U_* d}{\nu} \left[1 - \exp \left\{ -0.055 \left(\frac{U_* d}{\nu} - 3.0 \right) \right\} \right]$$

(4) 式で $E \rightarrow 1$ とし、 $\eta_1, \eta_2 - \eta_1 \ll 1$ とし、 $\eta = 1$ と置くと通常の対数式と同型の流速分布となる。

(4) 式は式形が複雑であるため、対数型分布式が求められなくと同様に (3) 式の粘性項を無視し、便宜的に境界条件 $y = y_0$ で $u = 0$ を用い、(1)、(2) の仮定より流速分布として次式を得られる。

$$(7) \frac{U_*}{\kappa} = \frac{1}{\kappa} \ln \frac{\eta}{\eta_0} + \frac{1 - E}{\kappa E} \ln \left| \frac{1 - E\eta}{1 - E\eta_0} \right| \quad \eta_0 = \frac{y_0}{\delta_B}$$

主部部の乱れがない場合は $E = 1$ ($\alpha = 0$) より (7) 式は通常用いられている対数式に一致し、

$$\frac{U_* y_0}{\nu} = 0.1108 \text{ (滑面)}, \quad -\frac{1}{\kappa} \ln \frac{y_0}{\kappa s} = 0.744 \left(\frac{U_* d}{\nu} - 3.5 \right)^{\frac{1}{2}} \left[\exp \left\{ -0.077 \left(\frac{U_* d}{\nu} - 3.5 \right) \right\} \right] + 8.5 \text{ (遷移)}, \quad \frac{y_0}{\kappa s} = \frac{1}{30} \text{ (粗面)}$$

となる。(7) 式の流速分布を用い、

図-3 境界層厚さ

前数で求めた渦動粘性 $\bar{v} U_m \delta_0 = \alpha$

≈ 0.03 より若干大きい $\alpha = 0.05$ を用

いて計算した境界層厚さと実験値と

を比較したものが図-3である。な

は $\alpha = 0.05$ とした計算値は壁面の相

対粗度 $\kappa s = 1.5 d$ とすると同一の

計算値と完全に一致した。また (7)

式による壁面の局所抵抗係数の計算

値は工屋、Schwarz および高橋ら

の測定値と比較して良好な一致がみ

られる。

