

日本鋼管 正員 龍尾 順一
 広島工業大学 学生員 小野村 清
 広島工業大学 正員 中山 隆弘

[1] すなわち 通常、波力を受ける撓性円柱構造物の運動方程式は、波と構造物の相互作用のために非線型多変連立方程式になる。例えば Selma 等¹⁾はこの連立方程式を、いわゆるモード法と逐次積分法によって解き、今井・成田²⁾は同手法を利用して、規則波によるパイルの応答解析を行なっている。しかし、これまでの研究が多くが分布波力を集中力(節点力)に置換する方法に問題を残し、さらに厳密には時間関数であるべき付加質量マトリックスを非時間関数としている点に検討の余地があるように思われる。本研究ではこれらの点を改良し、波浪による円柱構造物の動的解析を行ない、より高精度の解を得ることを目的としている。

[2] 基礎式 円柱をいくつかの要素に分割し、抗力および質量力による曲げ振動に対する振動方程式をマトリックス表示すれば、次の通りである。ただし波力式としては、Morison, O'Brien, Johnson, Shaaf の提案式を用いた。

$$([M] + [M_a])\{\ddot{u}\}_e + [C]\{\dot{u}\}_e + [K]\{u\}_e = [C_0]_e\{\ddot{u}^*\}_e + [C_M]_e\{\ddot{u}\}_e \quad (1)$$

式中 $[M]$: 質量マトリックス $[M_a]$: 付加質量マトリックス $[C]$: 減衰マトリックス
 $[K]$: 剛性マトリックス $[C_0]_e$: 抗力係数マトリックス $[C_M]_e$: 質量係数マトリックス
 $\{u\}_e, \{\dot{u}\}_e, \{\ddot{u}\}_e$: それぞれ節点変位, 速度, 加速度ベクトル
 $\{\ddot{u}^*\}_e$: 水粒子の水平方向加速度 $\{\dot{u}^*\}_e$: 水粒子と円柱との水平方向相対速度

なお各マトリックス、ベクトルの添字 e は、それらが時刻 t におけるものであることを示す。

付加質量マトリックスが時間関数として表わされているのは、図1(a)に示すように、波力の及ぶ範囲が時々刻々と変動することに帰因する。すなわち $[M_a]_e$ は図1(b)に示す Q の関数となり、したがって時間関数となる。次に抗力係数マトリックス、質量係数マトリックスは、鉛直方向の波力分布が非常に複雑であるため、簡単には求め得ないが、本研究では、図1(b)に示すように、波力が要素間では直線分布するものとし、分布波力と等価節点波力 α を可仮想仕事で等しいものとし、それらを決定した。それらが時間関数となるのは、前述のように波力の作用範囲が、時間的に変動するためである。ちなみに、図1(b)に示した要素 m に対する抗力係数マトリックスについてみれば、次のようである。

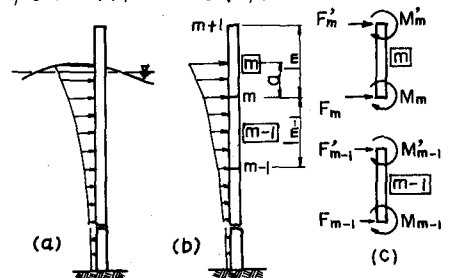


図1 等価節点波力

$$\{f_{eq}\}_m = \begin{Bmatrix} F_m \\ M_m \\ F'_m \\ M'_m \end{Bmatrix} = C_0 \frac{PD}{\alpha} \begin{bmatrix} \frac{Q}{2} - \frac{Q^3}{4Lm^2} + \frac{Q^4}{10Lm^3} & \frac{Q}{2} - \frac{3Q^3}{4Lm^2} + \frac{2Q^4}{5Lm^3} \\ \frac{Q^2}{6} - \frac{Q^3}{6Lm} + \frac{Q^4}{20Lm^2} & \frac{Q^2}{3} - \frac{Q^3}{2Lm} + \frac{Q^4}{5Lm^2} \\ \frac{3Q^3}{4Lm^2} - \frac{Q^4}{10Lm^3} & \frac{3Q^3}{4Lm^2} - \frac{2Q^4}{5Lm^3} \\ -\frac{Q^3}{12Lm} + \frac{Q^4}{20Lm^2} & -\frac{Q^3}{4Lm} + \frac{Q^4}{5Lm^2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} (\dot{u}_m - \dot{u}_m)|\dot{u}_m - \dot{u}_m| \\ (\dot{u}_{tra} - \dot{u}_{tra})|\dot{u}_{tra} - \dot{u}_{tra}| \end{Bmatrix} \quad (2)$$

抗力係数マトリックス

式中、 $\{f_{eq}\}_m$ は図1(c)に示すような等価節点波力、 C_0 は抗力係数、 P は水の密度、 D は円柱の直径、 $\dot{u}_m, \dot{u}_m$, $\dot{u}_{tra}, \dot{u}_{tra}$ はそれぞれ、節点 m における水粒子速度、節点変位速度、水面位置における水粒子速度、節点変位速度である。これより構造物全体に対する抗力係数マトリックスが時間関数になることが理解できる。質量マトリッ

フスについても同様である。

[3] 逐次積分法による数値解析 さて式(1)を円柱の位置、速度、加速度ベクトル a 、時刻 t_n と $t_n+\Delta t$ 間の増分 $\{\Delta u\}_n, \{\dot{\Delta u}\}_n, \{\ddot{\Delta u}\}_n$ によって書き表わせれば、

$$\begin{aligned} & \{[M] + [M]_{n+1}\} \{\ddot{\Delta u}\}_n + [C] \{\dot{\Delta u}\}_n + [K] \{\Delta u\}_n \\ & = [C_0]_{n+1} \{\dot{v}^*\}_{n+1} - [C_0]_n \{\dot{v}^*\}_n + [C_M]_{n+1} \{\dot{v}\}_{n+1} - [C_M]_n \{\dot{v}\}_n - ([M]_{n+1} - [M]_n) \{\ddot{u}\}_n \quad (3) \end{aligned}$$

となる。式中添字 $n, n+1$ は各マトリックス、ベクトルが時刻 $t_n, t_{n+1} = t_n + \Delta t$ におけるものであることを示す。式(3)をCoughの方法によって解く。いま微小な時間きざみの間で円柱の加速度が直線的に変化すると仮定すれば、式(3)は次のように変形される。

$$\begin{aligned} \{\Delta u\}_n = & \left[\frac{6}{(\Delta t)^2} \{[M] + [M]_{n+1}\} + \frac{3}{\Delta t} [C] + [K] \right]^{-1} \left\{ [C_0]_{n+1} \{\dot{v}^*\}_{n+1} - [C_0]_n \{\dot{v}^*\}_n + \right. \\ & [C_M]_{n+1} \{\dot{v}\}_{n+1} - [C_M]_n \{\dot{v}\}_n + \left. \left(\{[M] + [M]_{n+1}\} + 2\{[M] + [M]_{n+1}\} + \frac{\Delta t}{2} [C] \right) \{\ddot{u}\}_n + \right. \\ & \left. \left[-\frac{6}{\Delta t} \{[M] + [M]_{n+1}\} + 3[C] \right] \{\dot{u}\}_n \right] \quad (4) \end{aligned}$$

$\{\dot{v}^*\}_{n+1}$ を除き式(3)の右辺は、時刻 t_n の時点ですべて計算可能な値である。したがって時刻 t_{n+1} における円柱の速度ベクトル $\{\dot{u}\}_{n+1}$ を適当に仮定し、反復計算によって $\{\Delta u\}_n$ を求めることができる。 $\{\Delta u\}_n$ が求めれば $\{\dot{u}\}_{n+1}, \{\ddot{u}\}_{n+1}$ の計算は簡単である。したがって $\{u\}, \{\dot{u}\}$ に適当な初期値を与えれば、この一連の操作によって任意時刻の応答量を決定することができる。

[4] 計算モデルおよび計算結果 例として図2に示す基本周期が2.95秒の等断面円柱に、波高6.0m、周期6.0秒の規則波が作用した場合の応答解析を行なった。抗力係数および質量係数はそれぞれ1.4, 2.0とした。また水粒子速度および加速度については、水深が深く周期が短い場合には、微小振幅波理論と有限振幅波理論であるストークス波の3rd-order理論のいずれも実験値とよく一致し、周期が長くなるとストークス波理論が実験結果によく適合するとの岩垣・酒井³⁾の研究結果を鑑み、両理論により算定した。次に数値計算の精度に関しては、要素数さらには時間きざみ Δt の大きさが問題になるが、今回は図2 解析モデル要素数については、断面が等断面であることと、計算時間上の制約条件により2要素を、時間きざみについては0.005秒を採用した。さて計算結果(頂部変位)を図3に示す。周期が比較的短いため、微小振幅波理論とストークス波理論による応答量の差異はあまり認められない。さらに規則波を受けながら一見不規則とも思える振動性状を示しているのは、波と円柱との相互作用に帰因するものである。

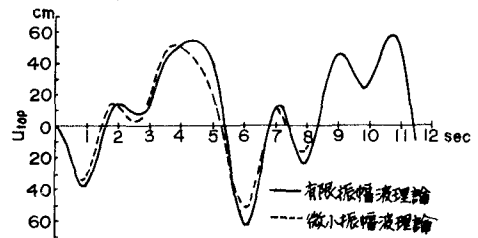
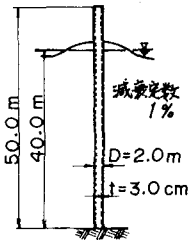


図3 規則波による過渡応答(頂部変位)

[5] あとがき 要素数に関する精度の検討は十分とは言えないが若干の計算によれば2要素と3要素にした場合の結果にはほとんど差異は見られなかった。また時間きざみについては0.01秒を用いてもほぼ良好な結果が得られたがいずれも今後さらに検討すべき問題であると考えている。

参考文献

- 1) R. P. Shubinski, E. L. Wilson and L. G. Selna: Dynamic Response of Deepwater Structures, Civil Engineering in the Oceans, pp. 123~146, 1967
- 2) 今井賢爾, 成田知明: 海洋構造物の設計に関する研究, 鹿島技研年報, 第20号, pp. 215~222, 1972
- 3) 岩垣雄一, 酒井哲郎: 有限振幅波の水粒子速度に関する実験 第16回海洋工学講演会講演集, pp. 15~22, 1969