

1-3 偏心補剛板の座屈について

広島大学 工学部 正員 大村 裕
正員 吉浪 康行
○学生員 花田 潤一

1. はじめに 現行示方書^(*)1)の補剛板の座屈関連規定においては、通常補剛材が板の片側にのみ配置されているのにもかかわらず、その偏心的影響を無視して補剛材の最適剛比を決定している。しかし実際の補剛板においては、偏心量は板厚の2〜3倍にも達し、この影響に対して何らかの考察が必要であろうと思われる。補剛板に対する直交異方性板理論の適用については、Huberをはじめ多くの研究者により検討されてきたが、それらと座屈問題に適用した例は以外に少ない。従って本報告においては、直交異方性板理論において偏心的影響を積極的に取り入れているGienke^(*)2)の近似式の概念を導入して偏心補剛板の座屈式を誘導し、実際に使用される断面の下で、現行示方書の座屈式と比較する。さらに参考のため、Plüger^(*)3)の解との比較も述べる。

2. 座屈式 (以下記号 $\bar{x}=(\bar{x}, \bar{y})$ を用いる)

イ) 偏心的影響を考慮した座屈式

座屈の間、 x, y 方向それぞれ、換算断面図心におけるひずみを0と仮定すると、換算断面図心に関するモーメント表示として、次式を得る。

$$\left. \begin{aligned} M_x &= -B_x w'' - \nu \cdot (B + e_x e_y D) \cdot w'' \\ M_y &= -B_y w'' - \nu \cdot (B + e_x e_y D) \cdot w'' \\ M_{xy} &= -(1 - \nu) \left\{ B + e_x (e_x + e_y) \cdot \frac{D}{2} \right\} \cdot w'' \\ M_{yx} &= -(1 - \nu) \left\{ B + e_y (e_x + e_y) \cdot \frac{D}{2} \right\} \cdot w'' \end{aligned} \right\} \quad \text{----- (1)}$$

エネルギー法^(*)4)により、座屈値(座屈の臨界値)は、次の様に与えられる。

$$(N_x)_{cr} = \frac{\int_0^b [M_x w'' + (M_{xy} + M_{yx}) w'' + M_y w''] dx dy}{\int_0^b (w')^2 dx dy} \quad \text{----- (2)}$$

(1), (2)において、座屈波形を二重三角級数 $w = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{m\pi x}{a} \cdot \sin \frac{n\pi y}{b}$ とすると (a, b は板の縦、横の長さ)

$$(N_x)_{cr} = \frac{\frac{\pi^2 a b}{8} \left\{ B_x \frac{1}{a^2} \sum_{m=1}^{\infty} m^2 a_{mn}^2 + 2H \cdot \frac{1}{a^2 b^2} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} m^2 n^2 a_{mn}^2 + B_y \frac{1}{b^2} \sum_{n=1}^{\infty} n^2 a_{mn}^2 \right\}}{\frac{\pi^2 \cdot b}{8} \sum_{m=1}^{\infty} m^2 a_{mn}^2} \quad \left. \begin{aligned} \text{但し } H &= B + \nu \cdot e_x e_y D + (e_x + e_y)^2 \cdot \frac{1 - \nu}{4} \cdot D \end{aligned} \right\} \quad \text{----- (3)}$$

(3)式の最小値と求めると、次式が得られる。

$$(N_x)_{cr} = \frac{\pi^2}{8} \left\{ B_x \left(\frac{m}{a} \right)^2 + 2H + B_y \left(\frac{n}{b} \right)^2 \right\} \quad \text{----- (4)}$$

ロ) 偏心を考慮しない座屈式

座屈の間、板(補剛される板)中立面におけるひずみを0と仮定すると、板中立面に関するモーメント表示として次式を得る。

$$\left. \begin{aligned} M_x &= -B_x w'' - \nu \cdot B w'' - D_x e_x^2 w'' & M_y &= -B_y w'' - \nu \cdot B w'' - D_y e_y^2 w'' \\ M_{xy} &= M_{yx} = -(1 - \nu) \cdot B w'' \end{aligned} \right\}$$

イ) の場合と同様にエネルギー法と適用すると次式が得られる。

$$(N_x)_{cr} = \frac{\pi^2}{8} \left\{ (B_x + e_x^2 D) \cdot \left(\frac{m}{a} \right)^2 + 2B + (B_y + e_y^2 D) \cdot \left(\frac{n}{b} \right)^2 \right\} \quad \text{----- (5)}$$

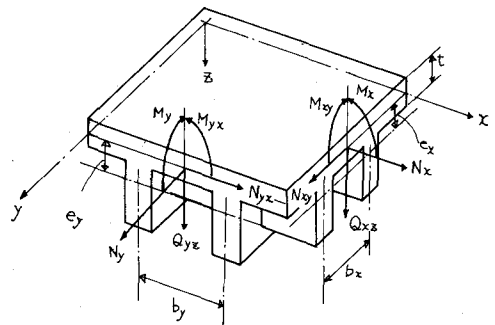


図 - 1

偏心補剛板要素

15) 式は、示方書で採用されている座屈式と同様のものである。

<記号の説明>

$$\begin{aligned} M_x &= \frac{1}{b_x} \int \alpha_x z dF_x & M_y &= \frac{1}{b_y} \int \alpha_y z dF_y \\ M_{xy} &= \frac{1}{b_x} \int \alpha_{xy} z dF_x & M_{yx} &= \frac{1}{b_y} \int \alpha_{yx} z dF_y \\ B_x &= \frac{1}{b_x} \int E(z) (z - c_x)^2 dF_x & B_y &= \frac{1}{b_y} \int E(z) (z - c_y)^2 dF_y & B &= \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)} \\ D_x &= \frac{1}{b_x} \int E(z) dF_x & D_y &= \frac{1}{b_y} \int E(z) dF_y & D &= \frac{Et}{1-\nu^2} \\ c_x &= \frac{1}{b_x D_x} \int E(z) z dF_x & c_y &= \frac{1}{b_y D_y} \int E(z) z dF_y \\ \nu &; \text{ポアソン比} & \alpha &= a/b & E &; \text{ヤング係数} & t &; \text{板厚} \end{aligned}$$

ハ) Pflüger の解

Pflüger は、座屈の支配方程式が、Euler 方程式となる様な四関数から近似解を求めた。結果のみを書くと、次の様である。記号の詳細は参考文献*) を参照されたい。

$$\begin{aligned} (\delta x)_{\text{crit}} &= \frac{E \pi^2 Q^2}{12(1-\nu^2)} \cdot k \\ k &= \frac{1}{\alpha^4 m^4} \left\{ \lambda_x m^4 + 2 \int_0^1 \alpha^2 m^2 n^2 + \lambda_y \alpha^4 n^4 - 12(1-\nu^2) \int_0^1 \right. \\ &\quad \left. \frac{\varphi_x^2 m^6 (\omega_x \alpha^2 m^2 + \frac{1-\nu}{2} \int_0^1 \varphi_x^2 m^2) + \varphi_y^2 n^6 (\omega_y m^2 + \frac{1-\nu}{2} \int_0^1 \varphi_y^2 n^2) - (1+\nu) \int_0^1 \varphi_x \varphi_y \alpha^2 m^2 n^4}{(\omega_x m^2 + \frac{1-\nu}{2} \int_0^1 \varphi_x^2 n^2)(\omega_y \alpha^2 n^2 + \frac{1-\nu}{2} \int_0^1 \varphi_y^2 m^2) - \frac{1}{4}(1+\nu)^2 \int_0^1 \varphi_x^2 m^2 n^2} \right\} \quad \text{---(6)} \end{aligned}$$

3. 結果と考察

本報告で誘導した(4)式と、示方書等で用いられている(5)式との相異は、補剛板の曲げ及び捻り剛度の評価の差であると思われ、一般に、本報告案では、曲げ剛度に相当する項を小さく評価し、捻り剛度に相当する項を大きく評価したことになる。以上の差異は座屈値にどの様に表われてくるか調べるために、一例として、横方向補剛板がない場合を考えて、前述の二者、さらに Pflüger の解と比較した。仮定断面は、板と補剛材断面積比 $n\delta = 0.3, 0.4, 0.5$ の各々について、 $\alpha = 1, 2, 3, 4, 5$ の計15ケースについて示方書でいう最適断面を用いた。従って、これらの断面は、実際の構造物に対して、よく用いられているものである。

計算結果の一例として、 $n\delta = 0.4$ の場合の、仮定断面での、座屈値の比較のグラフを右に示す。詳細は当日発表の予定である。

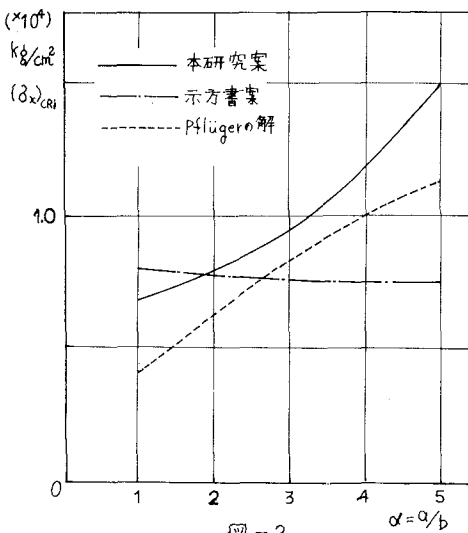


図-2

参考文献

- *1) 道路橋示方書 同解説 日本道路協会
- *2) Die Grundgleichungen für die orthotrope Platte mit extrinsischen Steifen
Der Stahlbau 1955 Heft 6 by E. Gienke
- *3) Zum Beulproblem der anisotropen Rechteckplatte
Ingenieur-Archiv 16(1947) by A. Pflüger
- *4) Theory of elastic stability
by S. P. Timoshenko and J. M. Gere