

I-2 塑性域の振がりを考慮した平面骨組の一弾塑性解析

徳島大学工学部 正会員 見嶋 弘行

徳島大学工学部 正会員 平尾 潔

徳島大学大学院 学生員 木野戸 重信

1 まえがき 本研究は、漸増節点荷重をうける平面骨組を対象として、Ramberg-Osgoodの非線形M- ϕ (曲げモーメントと曲率)関係式を用い、塑性域の振がりを考慮した場合の、増分法による、一弾塑性解析法について研究し、その解析プログラムを作成して、2.3の計算例を示し、本解析結果と他の解析結果とを比較などを行ない、簡単な考察を加えたものである。

2 解析上の仮定 本研究ではつぎのような仮定を設けた。1)材料の応力-ひずみ特性は時間に関係とする。2)非弾性断面におけるM- ϕ 関係は式(1)で表わされるものとする。3)部材は一定断面を有する直線部材とする。4)幾何学的非線形性については、変形による座標系のずれのみを考慮する。5)部材および骨組全体の座屈現象ならびに不安定現象は生じないものとする。6)曲げと軸力との降伏相互作用関係は無視する。7)荷重はすべて比例的に増加する節点荷重とし、荷重の微小増分間では材端力増分 ΔS と材端変位増分 $\Delta \delta$ との間には線形関係が成立するものとする。

3 Ramberg-OsgoodのM- ϕ 関係式 RambergとOsgoodは、非弾性断面における曲げモーメントと曲率との関係を式(1)で表わすことを提案した。

ただし、式(1)で ϕ は曲率、 M は曲げモーメント、 M_p は全塑性モーメント、 EI は弾性軸の曲げ剛性を表わし、 a と r は断面形によって異なる正の定数で、弾性断面では $a=0$ である。なお、定数 a と r の値については、断面形に応じて、あらかじめ、決定しておく必要がある。本研究では式(1)を、Ramberg-OsgoodのM- ϕ 関係式と呼ぶことにする。

$$\phi = \frac{M}{EI} \left(1 + a \left| \frac{M}{M_p} \right|^{r-1} \right) \quad (1)$$

4 変形法の基本式 図-1のような、左端弾塑性、右端弾性部材(弾塑性の長さ l_p 、弾性域の長さ l_e)を例にとって、非弾性部材に対する基本式の誘導方法を、簡単に示す。モールの定理より、

$$\left. \begin{aligned} \theta_j &= \theta_i - \int_0^{l_p} \phi_3 \cdot d\bar{s} \\ \delta_{vj} &= \delta_{vi} + l_p \theta_i - \int_0^{l_p} \phi_3 \cdot (l_p - \bar{s}) \cdot d\bar{s} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

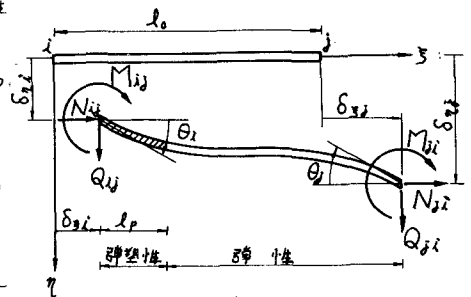
となり、これに式(1)を代入して、 $M_{\bar{s}} = M_{ij} - Q_{ij} \cdot \bar{s}$ としさらに、右端固定($\delta_{vj} = \theta_j = 0$)として整理すれば、 θ_i と δ_{vi} が M_{ij} と Q_{ij} の関数としてつぎのように表わされる。

$$\left. \begin{aligned} \theta_i &= \frac{1}{EI} \left\{ \int_0^{l_p} (M_{ij} - Q_{ij} \cdot \bar{s}) \cdot \left(1 + a \left| \frac{M_{ij} - Q_{ij} \cdot \bar{s}}{M_p} \right|^{r-1} \right) d\bar{s} + \int_{l_p}^{l_p+l_e} (M_{ij} - Q_{ij} \cdot \bar{s}) d\bar{s} \right\} \\ \delta_{vi} &= \frac{1}{EI} \left\{ \int_0^{l_p} (M_{ij} - Q_{ij} \cdot \bar{s}) \cdot \bar{s} \cdot \left(1 + a \left| \frac{M_{ij} - Q_{ij} \cdot \bar{s}}{M_p} \right|^{r-1} \right) d\bar{s} + \int_{l_p}^{l_p+l_e} (M_{ij} - Q_{ij} \cdot \bar{s}) \cdot \bar{s} d\bar{s} \right\} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

一方、軸方向ひずみ ϵ_e と軸方向力 N の間にもRamberg-OsgoodのM- ϕ 関係と類似な関係、式(4)が成立するものとするれば、式(5)に式(4)を代入して、軸方向変形 δ_{si} と軸力 N_{ij} の関係が式(6)のように得られる。

$$\epsilon_e = \frac{N}{EA} \left(1 + a \left| \frac{N}{N_p} \right|^{r-1} \right) \quad (4)$$

$$\delta_{si} = \delta_{si} - \int_0^{l_e} \epsilon_e d\bar{s} \quad (5)$$



$$\delta_{3i} = \frac{1}{AE} \left\{ \int_0^L N_{ij} (1 + \alpha \left| \frac{N_{ij}}{N_p} \right|^{p-1}) d\bar{s} + \int_L^0 N_{ij} d\bar{s} \right\} \quad (6)$$

式(3), (6)を直接積分すれば, 材端変形(変位) $\delta_i = \{\delta_{3i}, \delta_{2i}, \theta_i\}^T$ と材端力 $S_{ij} = \{N_{ij}, Q_{ij}, M_{ij}\}^T$ の関係が得られ, これらを N_{ij}, Q_{ij}, M_{ij} で微分することにより, 材端変形増分 $\Delta \delta_i = \{\Delta \delta_{3i}, \Delta \delta_{2i}, \Delta \theta_i\}^T$ と材端力増分 $\Delta S_{ij} = \{\Delta N_{ij}, \Delta Q_{ij}, \Delta M_{ij}\}^T$ との関係が, 式(7)のように得られる。式(6)に式(7)の関係を代入すれば, 求める変形法の増分基本式が, 式(9)のよう

$$\Delta \delta_i = F_{ij} \cdot \Delta S_{ij} \quad (7)$$

うに得られる,

$$\left. \begin{aligned} \Delta S_{ij} &= K_{ii} \cdot \Delta \delta_i + K_{ij} \cdot \Delta \delta_j \\ \Delta S_{ji} &= K_{ji} \cdot \Delta \delta_i + K_{jj} \cdot \Delta \delta_j \end{aligned} \right\} \quad (9) \quad \left. \begin{aligned} K_{ii} &= F_{ii}^{-1}, K_{jj} = H \cdot K_{ii} \cdot H^T \\ K_{ij} &= K_{ji}^T = -K_{ij} \cdot H^T \end{aligned} \right\} \quad H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (8)$$

式(9)の剛性行列 K は, 材端力の高次の非線形項を含むが, 荷重増分法では, これらの非線形項は, 微小荷重増分間では一定とみなして解析を行なう。なお, 1) 弾性, 2) 弾塑性部材, および, 1), 2) 弾塑性部材についても同様に誘導され, 滑節端, および, 塑性閉節部材については該当する材端モーメントの増分を 0 とし

て対応する変位増分 ($\Delta \theta$) を消去することにより, 同様な基本式が誘導される。また, これらの基本式に含まれる定数 α と 0 とおけば, 弾性部材に対する基本式が得られる。

5 解析手順 本研究で用いた, 1) 弾性段階に対する, 荷重増分法による弾塑性解析手順はつぎのようである。

1) 1) 弾性段階の増分荷重 ΔP_n を与え, 材端力増分, および, 節点変位増分などを求める。これらを前段階での, 材端力や節点変位に加えて, 1) 弾性段階の材端力, および, 節点変位などを求める。つぎに, その荷重増分間で, 弾塑性部材でのあるたな弾塑性端や弾塑性端部材での塑性閉節の発生の有無を検討し, 発生する場合には, 2) の手順に移り, 発生しない場合には, 弾塑性部材の剛性行列 K を, 現在の材端力で修正し, つぎの増分荷重 ΔP_{n+1} を与えて, 同様な操作をくり返す。2) 増分最小荷重係数を用いて, あるたな弾塑性端や塑性閉節が, 発生する時, 荷重増分, 節点変位, および, 材端力などを求め, 該当する部材の剛性行列 K を修正して, 1) の手順に帰る。1), 2) の手順を, 骨組が崩壊するまでくり返し続行する。

6 計算例 図(2)に示すような, 両端固定ばり, 門型ラーメン, および, 固定アーチに対する本解析結果, ならびに, 文献(2), (3)による解析結果を, 講演会当日スライドで紹介する。

7 結論 本研究で現在までに得られた結果を列挙すれば, つぎのようである。

1) 数値積分で求めた $M-\phi$ 曲線と式(1)の定数 α, r の値をさまざまに, 変化した場合の $M-\phi$ 曲線との間の関係と, これらに基づいて解析を行なった場合の文献(2)の $P-\delta$ 曲線と本解析の $P-\delta$ 曲線の間には, 相関性がある。したがって, 本研究においては解析に先だて, 定数 α, r の値について十分検討しておく必要がある。

2) 荷重増分法では, 荷重の増分幅を小さくすればするほど, 解の精度はよくなるが, あまり小さくしても, 解の精度はそれに要する演算時間の増大にくらべて, 期待したほどよくならず, 無意味と思われる。

3) 本研究の解析結果と文献(2)の解析結果は比較的一致している。したがって, かみ硬化を考慮しない場合には, 本解析には, 塑性閉節を導入して修正する必要があると思われる。

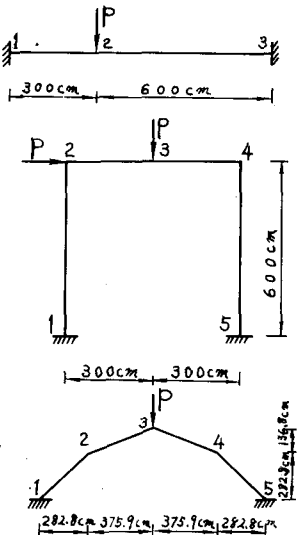


図-2

8 参考文献 1) J.L. Bockholt: Inelastic Analysis of Tier Buildings, Ph. D. Dissertation Univ. of Stanford, May, 1972. 2) 児嶋, 平尾, 武智: 塑性域の拡がりや考慮した鋼構造物平面骨組の一弾塑性解析, 徳大工学部研究報告, 第21号, 1976 3) 山崎, 太田, 石川: 補正エネルギー法による直線構造物の弾塑性解析, 土木学会論文集, 第134号, 1966