Ⅲ—11　有限要素法による堤体の非定常水位低下解析

徳島大学工学部　正員　山上拓男
〃　学　○永野修身
〃　学　小野諭

1. まえがき

貯水池水位の低下に伴う堤体内の非定常自由水面追跡を高精度かつ経済的に行なわんとして前報[1,2]において2つの試み、すなわち、貯水池水位の低下速度を考慮すること、および自由水面表示にspline functionを応用することを述べた。本文は、さらに系全体としての水収支に着目した新しい浸出点決定法を提案するものである。

2. 浸出点決定法

Fig.-1

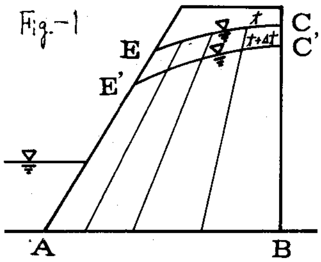

Fig.-1において、$\widehat{EC}$, $\widehat{E'C'}$をそれぞれ時刻tおよびt+Δtの自由水面とする。このとき連続性の条件から2つの自由水面間に存在していた水の量は、Δt時間にこの系(AECB)より流出した水量、もしくはこの系への見掛けの流入量に等しくなければならない。すなわち、解析の便宜上系への見掛けの流入量を採用し、これを単位時間当りΔQ, またECE'C'の面積をΔSとするとき次式がなりたつはずである。

$$\Delta Q\cdot\Delta t=\Delta S\cdot\beta \qquad (1)$$

ここで、$\widehat{E'C'}$上の節点のうち浸出点E'を除くものは前報の所論に従って決定するとして、ΔSをFig.-2に示すように2つの部分に分けて考える。

$$\Delta S=\Delta S'+\Delta S'' \qquad (2)$$

ここに、　$\Delta S'$：領域ECC'Dの面積。これは各節点間を直線近似して三角形の面積の和として求められる

$\Delta S''$：ΔE'DEの面積

これより式(2)を式(1)に代入して次式を得る。

$$\Delta S''=\frac{\Delta Q\cdot\Delta t}{\beta}-\Delta S' \qquad (3)$$

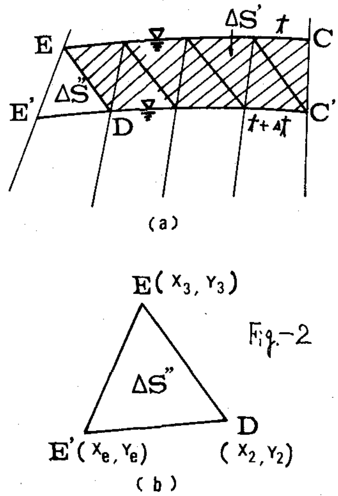

Fig.-2

よって、ΔQが求まればΔS''が定まる。ところで、ΔE'DEにおいて(Fig.-2(b)), 求めるべき浸出点の座標を(x_e, y_e), また他の節点D, Eの座標を(x_2, y_2), (x_3, y_3)とし、法面の形状を

$$\left.\begin{array}{ll} y=A_0x+B & (\text{法面が鉛直でない場合}) \\ x=\text{const} & (\text{法面が鉛直な場合}) \end{array}\right\} \qquad (4)$$

と直線表示すれば次の関係が導かれる。

法面が鉛直でないとき：$$x_e=\frac{2\Delta S''-x_2y_3+x_3y_2+B_0(x_2-x_3)}{y_2-y_3+A_0(x_3-x_2)},\quad y_e=A_0x_e+B_0 \qquad (5)$$

法面が鉛直のとき：$$x_e=x_3=\text{const},\quad y_e=\frac{2\Delta S''}{x_3-x_2}+y_3 \qquad (6)$$

したがって、これらの式のΔS''に式(3)を用いれば、各time stepごとの新たな浸出点が決定できる。

残された問題はΔQの評価であるが、これには浸透性行列の解法にブロック消去法を用いるものとして以下のような手法によった。いま，Fig.-3に示すように自由水面が最終分割(分割総数N)となるように分割線(一点

破線）を設定するとき、自由水面上の単位時間当りの見掛けの節点流量は次式で求められる。

$$\{Q_N\} = [C^T_{N-1}]\{H_{N-1}\} + [K_N]\{H_N\} \qquad (7)$$

ここに、$\{H_N\}$：自由水面上の節点のポテンシャルを成分とする列ベクトル。

$\{H_{N-1}\}$：第(N−1)ユニットの節点のポテンシャルを成分とする列ベクトル。

$[K_N], [C^T_{N-1}]$：自由水面に面した要素（図のe_1〜e_{n-1}）のみから定まる浸透性行列。

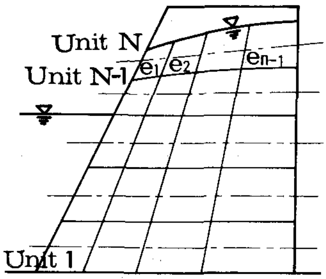

Fig.−3

この式から明らかなように、連立方程式を解く過程において前進消去および後退代入の第一歩（N−1ユニット）までの演算で$\{Q_N\}$を求め得ることに注意されたい。ところで、ベクトル$\{Q_N\}$の成分の和、$\sum_{i=1}^{n} Q_i$ の意味するところは、自由水面$\overline{EC}$から時刻tにおいてこの系へ流入する単位時間当りの見掛けの流入量である。しかしこれが先の系全体としての流入量ΔQとは等しくならない。なぜならFig.−4の模式図にみられるように、式(7)に基づく浸出点Eの節点流量Q_1は要素e_1における辺$\overline{EE_1}$，および$\overline{EG}$からの寄与の代数和の結果として得られたものであり、一般に法面上Eの近傍で流入、流出が混在しているためである。したがって式(7)よりΔQを求めるためには、Q_1は次のように修正されねばならない。

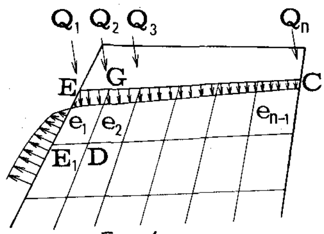

Fig.−4

a). 辺$\overline{EG}$からの寄与

E、G点において自由水面に垂直な速度成分v_{ne}, v_{ng}を評価し、次式で辺$\overline{EG}$からの寄与を求める。（Fig.−5参照）

$$Q_{eg} = \frac{L_{eg}}{6}(2v_{ne} + v_{ng}) \qquad (8)$$

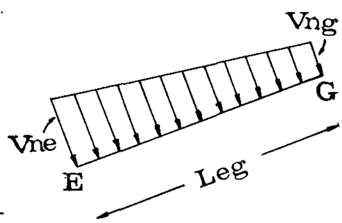

Fig.−5

b). $\overline{EE_1}$からの寄与

E, E_1点で法面に垂直な速度成分をv_{se}, v_{se_1}とし、v_{se_1}が法面に対して外向き（流出），内向き（流入）にかかわらずv_{se}, v_{se_1}間を直線近似（Fig.−6参照）して、次式で法面からの寄与を求める。

$$Q_{ep} = \frac{1}{2} L_{ep} \cdot v_{se} \qquad (9)$$

ここに，L_{ep}：v_{se}, v_{se_1} の先端を結ぶ直線が法面と交わる点をPとするときEPの距離

以上の結果，改めて式(8),(9)から

$$Q_1 = Q_{eg} + Q_{ep} \qquad (10)$$

として

$$\Delta Q = \sum_{i=1}^{n} Q_i$$

より系全体としての見掛けの流入量が算定できる。

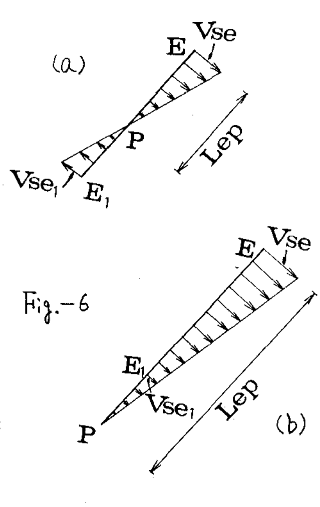

Fig.−6

3. 結言

非定常自由水面低下解析のなかで、特に浸出点決定法の一試みを提案した。紙面の都合上、適用例は割愛せざるをえないが、極めて有効であることを確かめている。（当日スライドにて発表予定）

［参考文献］1)山上・小田:中四才26回講演大会，2)山上:第29回年次講演会