

1. まえがき

管路系の水理解析法に関してこれまでに各種の研究がなされてきているが、近年、システム論的取り扱いの一つにグラフ理論の応用による解析法がある。この方法は、逆行列の計算を含むため手計算には不向きであるが複雑な系に対してもその水理学的条件を簡明かつ統一的に表現できるという点ですぐれた利点をもっている。

本研究は、行列の次元の大きさとくり返し計算回数あるいは計算時間などとの関係を複雑な管路系について検討し、この種の方法の有用性を明らかにしようとしたものである。

2. 流量計算式

管路系のグラフ理論的解析法の詳細についてはすでに報告¹⁾されているので、ここではその結果を引用し、逐次近似計算式を示すにとどめる。なお、管路系のシステム・グラフは $(n+1)$ 個の節点と e 本の枝から成るとする。

1) 流量の逐次近似式

$$\Delta Q_2(P_i) = -\frac{1}{2} [B(P_i, e) \cdot K(e, e) \cdot Q'(e, e) \cdot B^*(e, P_i)]^{-1} \cdot B(P_i, e) \cdot H'(e) \quad (1)$$

2) エネルギー一位の逐次近似式

$$\Delta \Phi_2(n-m) = 2 [A_2(n-m, e) \cdot Q'(e, e) \cdot H^T(e, e) \cdot A_2^*(e, n-m)]^{-1} \cdot \{Q_2(n-m) - A_2(n-m, e) \cdot Q'(e)\} \quad (2)$$

ここに、 B ：原始ループ行列、 B^* ： B の転置行列、 K ：摩擦損失水頭係数を表わす対角行列、 Q' ：仮定流量ベクトル、 Q ：仮定流量を表わす対角行列、 H ：仮定流量に対する損失水頭ベクトル、 H' ：仮定流量による損失水頭を表わす対角行列、 ΔQ_2 ：補木に対する補正流量、 A_2 ：未知のエネルギー一位の節点区分から生ずる有向接続行列の部分行列、 Q_2 ：未知のエネルギー一位の節点におけるシステム外部との境界流量、 $\Delta \Phi_2$ ：エネルギー一位未知の節点に対する補正エネルギー一位、 m ：既知の節点エネルギー一位の数、 H^T ： H の逆行列、 P_i ：1次元ベクトル数である。

式(1)および(2)は非線形抵抗則の1次近似化のもとに導かれたものである。このうち、前者は、原始ループ行列を含むことから明かなように、ネットワークシステムについてのみ適用されうる式であり、一方、後者はループを含まないトリートシステムについても適用可能な式である。そこで、以下においては、複雑なネットワークシステムおよびトリートシステムの流量解析にそれぞれ式(1)、式(2)を適用した例について述べよう。

3. 数値計算例

1) ネットワークシステム

図-1は84本の枝と49個の節点から成る管路系のシステム・グラフである。損失水頭係数は表-1、システム外部との境界流量は表-2のようである。これらの諸条件のもとで、補木に対する流量を表-3のごとく仮定し式(1)によって計算した結果をくり返し計算回数 N なうびに計算時間 T についてまとめれば表-4のとおりである。高桑²⁾はこれと同様の管網と水理条件のもとで反復近似計算法によって解析しているが、そのうちでもすぐれているとしている第3法によれば、5回反復でくり返し回数4回という結果をえている。したがって、本解析手法は、きわめて単純なくり返し計算法であるにもかかわらず、従来の方法よりもすぐれていることが知られる。図-2は仮定流量のくり返し回数に及ぼす影響を調べるために用いた管路系の一つで、12本の枝と9個の節点から構成されている。これについて、表-5の損失水頭係数およびシステム外部との境界流量 $Q_1=1.0 \text{ m}^3/\text{s}$ 、 $Q_9=1.0 \text{ m}^3/\text{s}$ のもとで補木に対する仮定流量のうちの一つ(Q_{12})だけを変化させてえられた結果は図-3に示すとおりであ

る。同図において、横軸は枝12の初期仮定流量 q_{12} と解流量 q_{12} との比を、また、縦軸はくり返し計算回数 N を表わしている。これより、仮定流量はくり返し回数に影響を及ぼすが、仮定流量と解流量との比率の絶対値がある程度以上になるとくり返し回数にはあまり差異が生じないようである。しかし、このような傾向が一般的なものかどうかについてはなお検討の余地が残されている。

2) トリーシステム

図-4は21本の枝と22個の節点から成る管路トリーシステムである。同図において番号22の節点は基準エネルギー位の節点に選ばれている。表-6のシステムに対する条件のもとで、中間ノードのエネルギー位を表-7に示すように三ケース仮定してそれぞれについて式(2)を用いて計算を行なった。その結果は表-8のようである。明らかに、仮定エネルギー位のとり方によってくり返し回数は著しく変化することがわかる。とくに、実際の流れと逆方向の流れを仮定した場合、くり返し回数はきわめて多くなる。これは、ここに例示しないが、式(2)による仮定エネルギー位は振動しながら収束するという本手法に内在する特性によるものである。そこで、この収束状況の特徴を考察すれば、式(2)により求めたエネルギー位の第1, 第2, 第3近似値の算術平均値を新しく第1近似値とし、この手順をくり返す方法はより有効な一手法といえよう。実際、この改良を加えた方法によって上述のトリーシステムを解析した結果は表-8に示すとおりである。これより、式(2)を用いたくり返し計算の過程に近似値の平均化操作を導入すればより有用なことが知られる。しかし、平均化すべき近似値の個数をいくつにしたら最も合理的であるかは今後の課題として残されている。

4. むすび

以上、複雑な管路系に対するグラフ理論的解析法のもつ有用性を、三の例について示した。本手法の数値計算上の得失なごに有用性を明らかにする上にさらに検討すべき点は少なくない。今後の課題としたい。

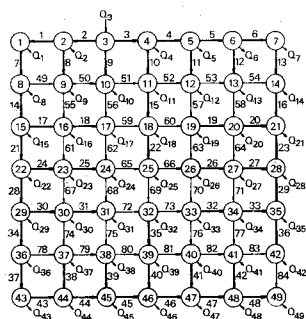


図-1 ネットワークシステム

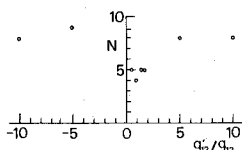


図-3 仮定流量とくり返し回数

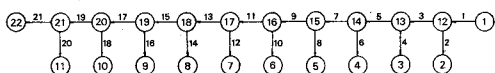


図-4 トリーシステム

表-1 損失水頭係数

Branch	$K(\text{sec}^2/\text{m}^5)$	Branch	$K(\text{sec}^2/\text{m}^5)$
1	621.18	43	621.18
2	621.18	44	621.18
3	621.18	45	621.18
4	621.18	46	621.18
5	621.18	47	621.18
6	621.18	48	621.18
7	3233.48	49	621.18
8	3233.48	50	621.18
9	3233.48	51	621.18
10	3233.48	52	621.18
11	3233.48	53	621.18
12	3233.48	54	621.18
13	3233.48	55	621.18
14	3233.48	56	621.18
15	3233.48	57	3233.48
16	3233.48	58	3233.48
17	621.18	59	3233.48
18	621.18	60	621.18
19	621.18	61	621.18
20	621.18	62	3233.48
21	3233.48	63	3233.48
22	3233.48	64	3233.48
23	3233.48	65	621.18
24	621.18	66	621.18
25	621.18	67	621.18
26	621.18	68	3233.48
27	621.18	69	3233.48
28	3233.48	70	3233.48
29	3233.48	71	3233.48
30	621.18	72	621.18
31	621.18	73	621.18
32	621.18	74	3233.48
33	621.18	75	3233.48
34	3233.48	76	3233.48
35	3233.48	77	3233.48
36	3233.48	78	621.18
37	3233.48	79	621.18
38	3233.48	80	621.18
39	3233.48	81	621.18
40	3233.48	82	621.18
41	3233.48	83	621.18
42	3233.48	84	3233.48

表-4 計算結果

Case	N	T (sec)
1	6	6
2	6	6
3	7	7

表-2 境界流量

Node	$Q (\text{m}^3/\text{sec})$
1	-0.020
2	-0.020
3	0.980
4	-0.020
5	-0.020
6	-0.020
7	-0.020
8	-0.020
9	-0.020
10	-0.020
11	-0.020
12	-0.020
13	-0.020
14	-0.020
15	-0.020
16	-0.020
17	-0.020
18	-0.020
19	-0.020
20	-0.020
21	-0.020
22	-0.020
23	-0.020
24	-0.020
25	-0.020
26	-0.020
27	-0.020
28	-0.020
29	-0.020
30	-0.020
31	-0.020
32	-0.020
33	-0.020
34	-0.020
35	-0.020
36	-0.020
37	-0.020
38	-0.020
39	-0.020
40	-0.020
41	-0.020
42	-0.020
43	-0.020
44	-0.020
45	-0.020
46	-0.020
47	-0.020
48	-0.020
49	-0.020

表-8 計算結果

Case	N	T (sec)
1	13	0.7
2	79	4.0
3	84	4.2

表-3 仮定流量

Branch	Case1	Case2	Case3
49	0.130	0.001	0.100
50	0.110	0.030	0.100
51	0.110	0.200	0.010
52	0.110	0.200	0.010
53	0.070	0.050	0.010
54	0.020	0.000	0.010
55	0.110	0.100	0.000
56	0.150	0.130	0.000
57	0.090	0.030	0.000
58	0.030	0.050	0.000
59	0.030	0.150	0.100
60	0.060	0.000	0.100
61	0.070	0.100	0.010
62	0.080	0.030	0.000
63	0.060	0.030	0.000
64	0.030	0.150	0.000
65	0.020	0.130	0.000
66	0.040	0.010	0.100
67	0.040	0.001	0.010
68	0.030	0.060	0.010
69	0.060	0.020	0.000
70	0.030	0.010	0.010
71	0.030	0.081	0.150
72	0.003	0.170	0.100
73	0.015	0.020	0.100
74	0.021	0.001	0.100
75	0.014	0.030	0.000
76	0.020	0.001	0.000
77	0.014	0.006	0.100
78	0.062	0.110	0.060
79	0.002	0.001	0.100
80	0.001	0.019	0.100
81	0.006	0.009	0.050
82	0.004	0.001	0.100
83	0.003	0.009	0.060
84	0.009	0.031	0.001

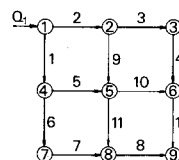


図-2 田型ネットワークシステム

表-6 エネルギー位と損失水頭係数

Node	$\Phi (\text{m})$	Branch	$K(\text{sec}^2/\text{m}^5)$
1	55.0	1	3.78
2	48.0	2	240.07
3	43.0	3	3.97
4	38.0	4	12.34
5	33.0	5	5427.50
6	28.0	6	16.41
7	23.0	7	87.43
8	18.0	8	3.94
9	13.0	9	2256.74
10	8.0	10	612.67
11	3.0	11	53.31
12	0.0	12	4362.32
13	0.0	13	9.30
14	0.0	14	9.30
15	0.0	15	18.51
16	0.0	16	490.14
17	0.0	17	490.14
18	0.0	18	3288.74
19	0.0	19	159.93
20	0.0	20	159.93
21	0.0	21	367.00
22	0.0	22	367.00

表-5 損失水頭係数 表-7 中間ノードの仮定エネルギー位

Branch	$K(\text{sec}^2/\text{m}^5)$
1	372.71
2	621.18
3	372.71
4	496.95
5	496.95
6	621.18
7	496.95
8	745.42
9	124.24
10	124.24
11	372.71

- 1) 常松芳昭: 管路水輸送システムのグラフ理論的解析, 土木学会論文報告集, 第229号, 昭和49年9月。
- 2) 高桑哲男: 配水管網流量計算法に関する研究(I), 水道協会雑誌, 第421号, 昭和44年10月。