

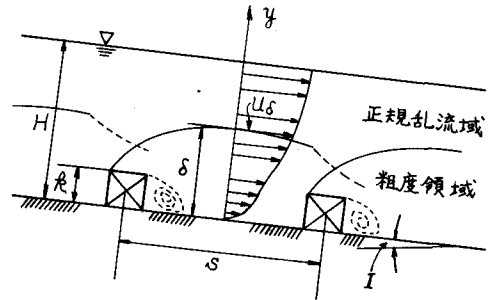
徳島大学 正員 杉尾 捨三郎
 徳島大学 正員 ○岡部 健士
 東洋建設 正員 田中 正道

1. まえがき 水制などの構造物を施工した河道や巨礫が散在する河道の流水が受ける抵抗は、いわゆる砂粒粗面水路のものとは性質を異にする。後者は、粗面によってその近傍に形成された均質渦層の平均剪断力とみなし得る摩擦抵抗であり、渦発生頻度とその強度については抵抗自体をも規定するパラメーターとして、粗面構成材料の平均径を採用することができた。これに対して、前者においては、抵抗要素の代表長のみならず形状や配置の様相によって変化する形状抵抗が卓越するが、要素から発する後流域内の河床面における摩擦抵抗も無視し得ない場合がある。すなわち、この種の流れに対する抵抗には、性質も取り扱い方も異なる二種の抵抗形態が混在しているのである。したがって、当該路床の抵抗特性を相当粗度 k_s やManningの粗度係数 n などで表現しようとすることには少なからず無理がある。

抵抗則研究の最終目標は、路床と流量が与えられた場合に水深を可能な限り正確に推定することであろう。着者は、路床面の凹凸を表わす諸量を何らかの抵抗指標に結びつけることの困難さを避け、直接流量～水深関係の定量化を試みた。なお、本稿においては、形状抵抗が卓越する二次元開水路のみと考察の対象とする。

2. 解析上の仮定 着者は、 $5\text{cm} \times 5\text{cm}$ および $3\text{cm} \times 3\text{cm}$ の機型粗度モデルを用いて実験を行ない、流量、水深、流速分布、粗度要素の形状抗力などに関する多くの実測資料を得た。これらと従来の諸研究の成果を参考にして以下のような仮定のもとに定常等流に対する流速分布式を導いた(図-1, 図-2)。

- 仮定1: 流れは、乱流構造が路床特性のみによって規定される領域(粗度領域)と一般の剪断乱流と同様な領域(正規乱流域)に分けられる。
- 仮定2: 相隣り合う要素間の中央部における鉛直方向の剪断応力分布は直線的であり、かつ、全抵抗は要素の形状抗力と路床面および要素表面における摩擦抗力との和に等しい。
- 仮定3: 要素の形状抗力は、粗度領域外縁の流速と要素の高さによって決定されるが、配置密度がある程度大きくなると相互の遮蔽効果が現れる。
- 仮定4: 流れの全域において Prandtl の運動量輸送理論が成立する。



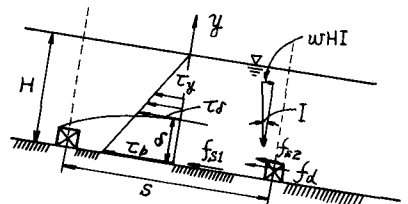
(図-1) 流れの模式図: 流況および流速分布

3. 理論的考察 図-1 および図-2 に示された路床勾配 I 、要素高さ d 、配置間隔 S 、水深 H の流れを考える。

(1) 剪断応力について 仮定2によれば、路床平均剪断応力 τ_b は、路床上単位幅当りの摩擦抗力 f_{s1} 、要素表面単位幅当りの摩擦抗力 f_{s2} および要素単位幅当りの形状抗力 f_d によって次式のように表わされる。すなわち、

$$\tau_b = \frac{f_d + f_{s1} + f_{s2}}{S} = w H I \quad \text{----- (1)}$$

(w : 水の単位体積重量)



(図-2) 流れの模式図: 抵抗力および応力分布

さらに、 f_d は抗力係数 C_D 、流速 U_s 、有効投影面積(=有効抵抗高さ $\times 1 = R_e \times 1$)を用いて表わすことが可能であるから、摩擦抵抗が無視し得る場合、(1)式はつぎのように近似される。

$$\tau_b \doteq \frac{1}{5} \rho R_e C_D \left(\frac{U_s^2}{2} \right) \doteq w H I \quad \text{----- (2)}$$

図-3は(2)式を裏付ける実験資料である。仮定4によれば、 $R_e = R$ とおけるのは、 S がある大きさ αR (α :係数)以上の場合で、 $S < \alpha R$ の場合には $R_e < R$ となる。ここで、 R_e の R からの減少量が $(\alpha R - S)$ に比例する、と仮定すれば(図-4)、

$$\left. \begin{array}{ll} S/R \leq \alpha & \text{において} \quad R_e = S/\alpha \\ S/R > \alpha & \text{において} \quad R_e = R \end{array} \right\} \quad \text{----- (3)}$$

また、応力分布は直線的であると仮定されているから(仮定2)、路床面から分離した点の剪断応力 τ_y は、

$$\tau_y = \frac{1}{5} \rho R_e C_D \cdot \frac{U_s^2}{2} \cdot \left(1 - \frac{y}{H} \right) \quad \text{----- (4)}$$

(2) 粗度領域の流速分布および流量

図-1の y 軸上の分布式を考えよう。要素から発生するwakeは、

流速の小さな底層域へ速やかに拡散し、相隣り合う要素の中央部においては水路床にまで達していると考えられる。仮定1に従えば、この中の混合距離 l_0 は一般粗面上のものは異なり水深方向に変化しないであろう。さらに、粘性応力を無視し、Prandtlの運動量輸送理論によれば、任意の y における速度 $U(y)$ に対して次式が成立する。

$$\tau_b \left(1 - \frac{y}{H} \right) = \rho l_0^2 \left\{ \frac{dU(y)}{dy} \right\}^2 \quad \text{----- (5)}$$

上式を $y=0$ にて $U(0)=0$ という条件で積分し、 $y=S$ における流速を U_s とすれば、次式を得る。

$$\frac{U(y)}{U_s} = \frac{\{1 - (1 - \frac{y}{H})^{\frac{1}{2}}\}}{\{1 - (1 - \frac{S}{H})^{\frac{1}{2}}\}} \quad \text{----- (6)}$$

これを用いて粗度領域内の単位幅当りの流量 q_R を求めれば、

$$q_R = \int_0^S U(y) dy = \frac{U_s}{1 - (1 - \frac{S}{H})^{\frac{1}{2}}} \left[S - \frac{2}{5} \left\{ 1 - \left(1 - \frac{S}{H} \right)^{\frac{5}{2}} \right\} H \right] \quad \text{----- (7)}$$

(3) 正規乱流域の流速分布および流量

ここにおける流速分布の一般形は次のとおりである。

$$U(y)/U_* = A + \frac{1}{K} \ln(y/R_0) \quad \text{----- (8)}$$

ここに、 U_* : 摩擦速度、 R_0 : 境界の粗さを代表する量、 A : 定数、 K : Kármán 定数

一つの流れにおける速度変化を考える場合には、 A と R_0 は一つにまとめられるので(8)式は

$$U(y)/U_* = B + \frac{1}{K} \ln y; \quad B = A - \frac{1}{K} \ln R_0 \quad \text{----- (9)}$$

となる。(6)と同様に、 S と U_s を用いて上式を書き直せば、

$$U(y)/U_* = U_s/U_* + \frac{1}{K} \ln(y/S) \quad \text{----- (10)}$$

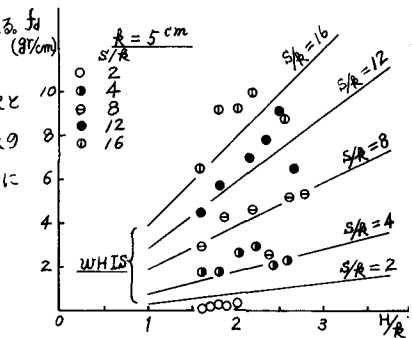
上式の U_s を決定するための剪断応力としては、正規乱流域の仮想底面のものを用いるのが妥当であろう。

$$U_* = \sqrt{\frac{\tau_b}{\rho}} = \sqrt{\frac{1}{5} \tau_b \left(1 - \frac{S}{H} \right)} \quad \text{----- (11)}$$

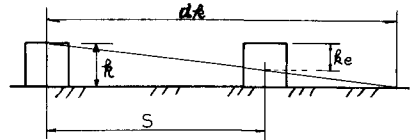
つぎに(10)式を積分して正規乱流域内の単位幅当り流量 q_N を求めれば、

$$q_N = \int_S^H U(y) dy = (U_s - \frac{1}{K} U_*) (H - S) + \frac{1}{K} U_* H \ln \left(\frac{H}{S} \right) \quad \text{----- (12)}$$

となる。



(図-3) 実測抗力と τ_b の比較



(図-4) 要素の遮蔽効果

4. (流量～水深) 曲線の計算 (7)式および(12)式から水路単位幅当り流量 q が決まる。すなわち、

$$q = q_R + q_N \quad \text{----- (13)}$$

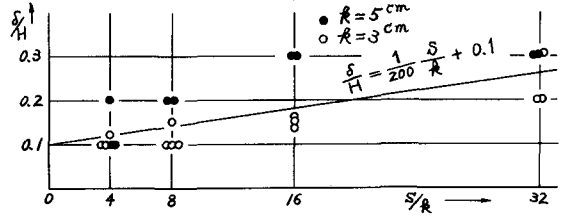
以上の諸式を用いて計算すれば、路床勾配、要素の形と大きさ、配置間隔が与えられた場合に(流量～水深)図を挿くことができるが、実計算に際しては、 δ と(3)式中の α を何らかの方法で求めておかねばならない。両者は理論的に求めることが極めて困難な量であるので、著者は、実験的に以下のように定めた。

足立は、この種の流れの粗度領域厚さ δ を流速分布資料をもとにして求める方法を提案している。これに従って δ/H と S/R の関係を描いたのが図-5である。 δ は単に S/R のみによって決定されるものではないが、本図を見るかぎり両者はかなり強い相関をもつことが認められる。なお、図中の直線は参考のために求めた回歸直線である。

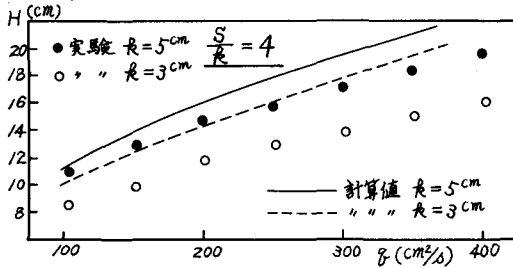
$$\frac{\delta}{H} = \frac{1}{200} (S/R) + 0.1 \quad \text{----- (14)}$$

一方、 α は前述のとうり遮蔽効果の存否を表す係数であり、厳密な意味においては50～60とも150～160とも考えられる実測資料がある。しかし、抵抗の有効高さとの関連において α を求める場合には、8～12程度とするのが妥当であろう。これは、最も粗なる二次元粗度の要素間隔が要素高さの10倍前後であることや、有効水深基底面が上述の範囲の間隔を境に要素頂面から水路底に移されることなどから推察される。

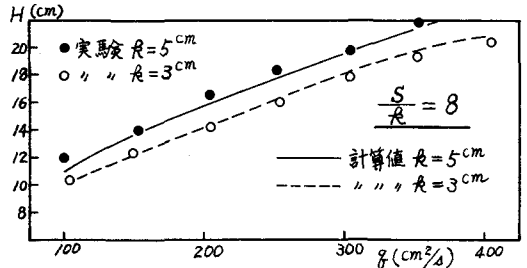
【計算例】 $C_0=20$, $\alpha=8.0$, $I=0.00125$ とし、 δ には(14)式を用いて計算した結果と実験値とを比較したのが図-6～図-9である。ここでは、 $R=3\text{cm}$, 5cm 、 $S/R=4, 8, 16, 32$ における比較がなされている。計算が多くの仮定や推察的要素を含んでいるにもかかわらず、その結果は実験値とかなり良好な一致を示す。 $S/R=4$ のとき大きな差が生じるのは有効高さを大きくとり過ぎていたため、また、 S/R が16, 32となるにつれて実験値が計算値を次第に大きく上回るのは路床面上の摩擦抵抗が全く無視されているためであろう。なお、本稿の例以外に $I=0.01, 0.005, 0.0025$ なる場合の比較を試みたが、これと大差ない結果が得られた。



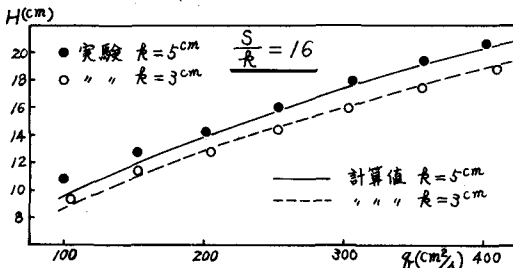
(図-5) $\delta/H \sim S/R$ 関係図



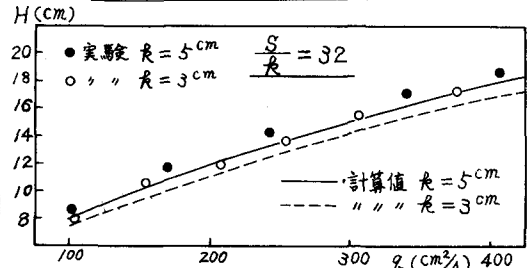
(図-6) 計算値と実験値の比較



(図-7) 計算値と実験値の比較



(図-8) 計算値と実験値の比較



(図-9) 計算値と実験値の比較

(参考文献) 足立昭平：流水抵抗と安定河造；水工水理学，pp237～249。山岡 勲：河床上の矩形粗度が水路の抵抗に及ぼす効果の研究；土木試験所報告，X27号，昭和37年3月，pp5～23。
Morris H.H. A.S.C.E. Trans., 1955, Vol. 120, pp373～398.