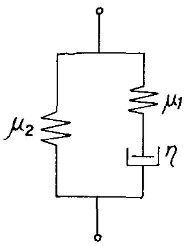
I—13　　2，3の粘弾性モデルに関する波動応答について

広島大学工学部　正員　佐藤　誠
正員 ○岡本享久

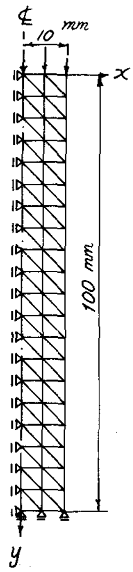
1．緒　言

粘弾性に関する研究を見ると，材料の粘弾性的性質そのものを物性論の立場から取り扱うことはかなり進んでいるが粘弾性材料からなる構造物の挙動を応用力学的に論じている文献は少ないようである。本研究では主として図1に示す3要素モデルを取り上げ，このモデルの力学的定数をパラメーター m，T_1 に代表させ，これらパラメーターの値に対する粘弾性材料を考えた。そしてこの3要素モデルを2次元棒（図1），梁に適用し，応力波伝播の立場から定量的，定性的に比較，検討を行なった。なお数値計算には有限要素法を用い，Wilsonの θ method[1] により逐次積分を行なった。



$m = \mu_2 / (\mu_1 + \mu_2)$

$T_1 = \eta / \mu_1$



図・1

2．構成方程式

図1の3要素モデルのせん断応答に対する応力・ひずみ関係式は応力偏差 s_{ij}，ひずみ偏差 e_{ij} を用いると

$$s_{ij} = \frac{2\mu\left(m + T_1\frac{\partial}{\partial t}\right)}{1 + T_1\frac{\partial}{\partial t}} \cdot e_{ij} \qquad (1)$$

となる。体積弾性係数Kには時間の効果はない，すなわち一定であると仮定し，平面応力・平面ひずみ場での構成方程式はそれぞれ，

$$\sigma_{ij} = 2\bar{\mu}\varepsilon_{ij} + \frac{2\bar{\lambda}\bar{\mu}}{\bar{\lambda} + 2\bar{\mu}}\delta_{ij}\varepsilon_{kk}, \text{ Plane Stress} \qquad (2)$$

$$\sigma_{ij} = 2\bar{\mu}\varepsilon_{ij} + \bar{\lambda}\delta_{ij}\varepsilon_{kk} \quad \text{Plane Strain} \qquad (3)$$

となる。ここで

$$\bar{\mu} = 2\mu\left(m + T_1\frac{\partial}{\partial t}\right) / \left(1 + T_1\frac{\partial}{\partial t}\right)$$

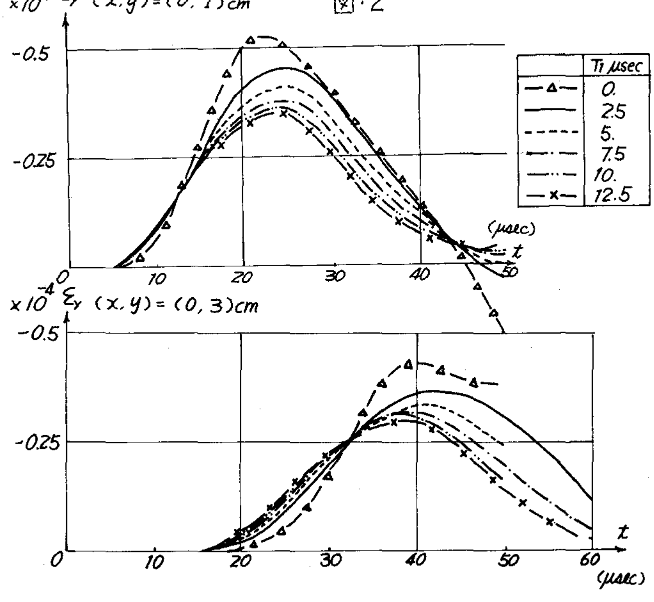
$$\bar{\lambda} = K - \frac{2}{3}\bar{\mu}, \quad \mu = \mu_1 + \mu_2$$

である。

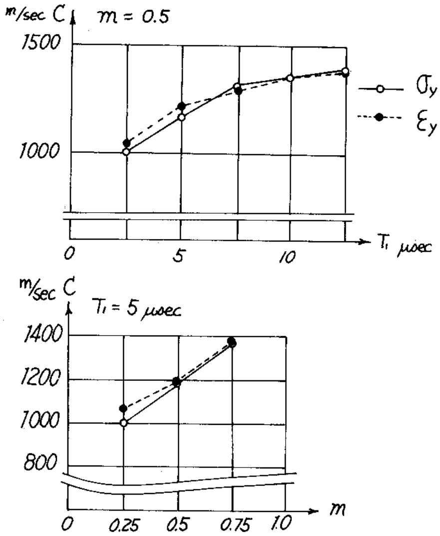
3．計算結果と考察

以下では入力波長が25μsecのhalf sineの場合の結果を示す。図2は m=0.5，T_1 =2.5, 5., 7.5, 10, 12.5μsecとした場合の中心軸上での ε_y の時間変化を示す。T_1 の増加と共に ε_y のピーク値は大きくなり，ピーク位置が遅れる。T_1 の変化は緩和時間と関連し，T_1 が小さい程衝撃後早く緩和状態に達し，m=0.5, T_1 =0μsecの弾性解に近い挙動を示すことがわかる。一方図には示していないが，T_1=5μsecとしmを変化させる時，m＞0.5では $\mu_1 < \mu_2$ となり，m＜

図・2

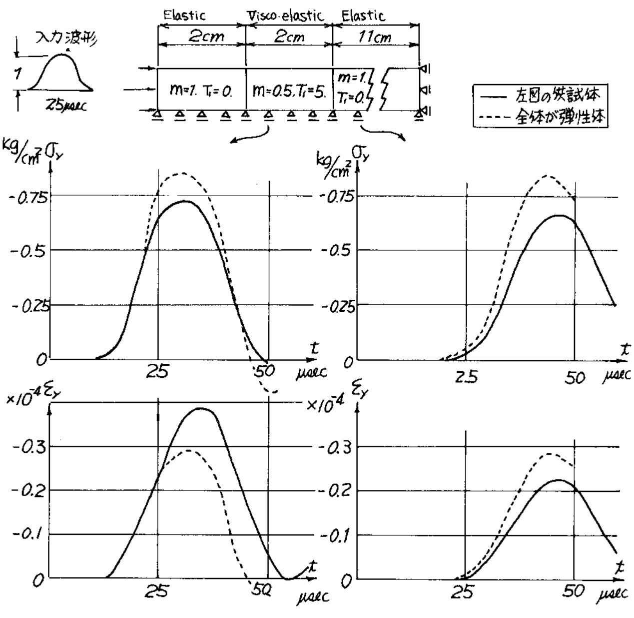


0.5 では $\mu_1 > \mu_2$ となる。したがって m が 0.25, 0.5, 0.75 と増すと共に ε_y のピーク値が小さくなり、粘性が増す。図3は m, T_1 を変数にとって、応力波、ひずみ波のピークの伝播速度を示す。m=0.5 とし T_1 を変えた時、T_1 が 2.5, 5μsec では応力波とひずみ波のピークの伝播速度は異なっているが、T_1 が 10, 12.5μsec ではほとんど同じである。したがってここで用いた入力波形に対しては T_1=2.5～10μsec の間で最大の遅延を示し、T_1=10μsec を越えると応力波のピークとひずみ波のピークの位相差は縮まる傾向を示す。また T_1=5μsec と一定にし m=0.25, 0.5, 0.75 と変化させた時、m=0.25 で最大の遅延を示し、m=0.5, 0.75 では位相差は縮まることがわかる。以上まとめてみると m の大小は主として relaxed 後の弾性係数の大きさに関係し、T_1 の大小は主として緩和時間に関係していることがわかる。したがって m が小さいほど、T_1 が小さいほど短時間に大きな減衰と遅延を起こす。



図・3

次に図4に示すような3層からなる2次元棒内を伝播する応力波を考える。弾性部分から粘弾性部分に波が入いると直ちに減衰が起こり、σ_y のピークは小さくなる。一方 ε_y は動的弾性係数の減少により粘弾性部分に入いると弾性部分のそれより大きくなる。粘弾性部分から弾性部分に入いると、ほぼ同じ波形になる。しかし ε_y のピーク値は極端に下がり、ε_y の波長が長くなる。図では示していないが粘弾性部分が長くなり、入力パルス長と粘弾性部分が同じになるとかなり激しい減衰が起こる。



図・4

4. あとがき

以上、3要素モデルを波動問題に適用した一例を示した。今後の研究課題として実際の材料と比較、検討する必要がある。ここでは紙面の関係上、弾性解、平面ひずみ問題、梁への応用については当日詳述する。

(参考文献)

(1). R.W.Clough and K.J.Bathe, " Finite Element Analysis of Dynamic Responce ", Advances in Computational Methods in Structural Mechanics and Design U.A.H Press, Auguest, 1972, P170～P172