

徳島大学工学部 正会員 児嶋弘行

〃 〃 平尾 潔

〃 〃 学生員 〇里見恒利

1. まえがき 一般に、骨組の大変形解析では、1) 部材力と部材変形との関係を示す変形条件 2) 部材変形と節点変位との関係を示す広義の適合条件 3) 部材力と外力との関係を示す釣合条件のうち、2), 3) の関係を非線形とみなし解析される。このような大変形理論に基づいた研究例として、文献(1)(2)および(3)などがあるが文献(1)では変位関数を仮定して、歪エネルギーを変位で2回偏微分することにより接線剛性行列が誘導され、文献(2)(3)では変形後の座標系に対する材端力と材端変位の非線形基本式を誘導し、これを直接、材端変位で1回偏微分することにより、接線剛性行列を求めている。しかしながら、これらの解析に用いられている接線剛性行列は、解析上の仮定および基本式の誘導方法によりかなり差異があり、文献(1)では大変形理論に基づきながら、変位関数を微小変形理論の場合と同じ関数で仮定していることとか、材端力を求める剛性行列の釣合が保たれていないことに問題があるように思われ、また、文献(2)では、部材の湾曲に伴う軸方向変位の影響が無視されているために、接線剛性行列が非対称となっていることなどに問題があるように思われるが、実際の解析結果にこれらの問題点がどのように影響するかどうかを比較検討した研究例はほとんどみあたらない。

そこで、本研究ではこれらの文献による弾性解析について研究し、さらにこれらを弾塑性解析にまで拡張してその解析プログラムを作成し、2, 3の解析例を紹介して、これらの解析方法による計算結果の相異などについて弾性解析と弾塑性解析の両面から比較検討を行なってみたものである。以下、本文では、文献(1)による方法を歪エネルギー法、文献(2)による方法をTegsan法、文献(3)による方法をOran法と呼ぶことにする。

2. 歪エネルギー法 文献(1)では、1.で述べたような問題があるため、本研究ではこの方法については若干の修正を行なった。以下に、文献(1)と本研究で修正した歪エネルギー法の基本式の誘導方法を簡単に説明する。

図-1に示すように座標系をとれば、軸変形 ϵ_x および曲率 ρ は高次の微小項を省略して、

$$\epsilon_x = \frac{du}{dx} + \frac{1}{2} \left(\frac{dv}{dx} \right)^2, \quad \rho = -\frac{d^2v}{dx^2} \quad (1)$$

と表わされ、部材の歪エネルギー U は次式のようになる。

$$U = \int_0^l \frac{1}{2} E \epsilon^2 dx = \int_0^l \left\{ \left(\frac{du}{dx} \right)^2 + \left(\frac{dv}{dx} \right) \left(\frac{dv}{dx} \right)^2 + \frac{1}{4} \left(\frac{dv}{dx} \right)^4 + \frac{E}{A} \left(\frac{dv}{dx} \right)^2 \right\} dx \quad (2)$$

また、歪エネルギーを変形量 $\{u\}$ の要素 u_i で微分すれば、材端力 S_i が求まり、さらに u_i で微分すれば剛性行列の要素 K_{ij} が求まる。

$$S_i = \frac{\partial U}{\partial u_i}, \quad K_{ij} = \frac{\partial^2 U}{\partial u_i \partial u_j} \quad (3)$$

ここで、部材の変位 u, v を式(4)のように仮定し、境界条件を用いて係数 $a_0 \sim b_3$ を決定すれば、歪エネルギー U は材端変位 $\{u\}$ の関数として表わされる。

$$u = a_0 + a_1 x, \quad v = b_0 + b_1 x + b_2 x^2 + b_3 x^3 \quad (4)$$

境界条件は、文献(1)の方法では、 $x=0$ で、 $u=u_i, v=v_i, \frac{dv}{dx}=\theta_i, x=l$ で $u=u_j, v=v_j, \frac{dv}{dx}=\theta_j$ 、また、本研究の修正歪エネルギー法では、 $x=0$ で $u=u_i, v=0, \frac{dv}{dx}=\theta_i, x=l$ で $u=u_j, v=0, \frac{dv}{dx}=\theta_j$ を用いる。

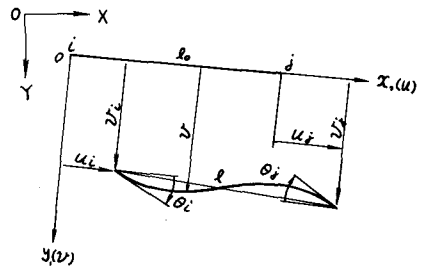


図-1

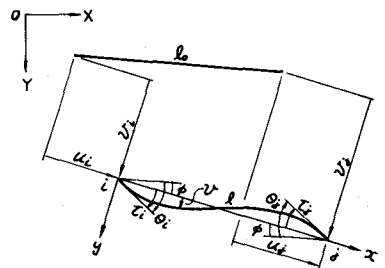


図-2

3. Oran法の基本式 図-3のように枝端力と変形量の正方向を定めると、軸力は式(5)、せん断力と枝端モーメントは枝端条件に応じて、それぞれ式(6)で表わされる。

$$N_{ij} = \frac{EA}{l_0}(\delta - l_0 C_b)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{i) 両端剛節} \quad Q_{ij} &= \frac{6EI}{l_0^2} \phi_2 (Z_i + Z_j) & M_{ij} &= \frac{4EI}{l_0} \phi_3 Z_i + \frac{2EI}{l_0} \phi_3 Z_j \\ \text{ii) i剛j滑} \quad Q_{ij} &= \frac{3EI}{l_0^2} \phi_2 Z_i & M_{ij} &= \frac{3EI}{l_0} \phi_3 Z_i \\ \text{iii) i滑j剛} \quad Q_{ij} &= \frac{3EI}{l_0^2} \phi_2 Z_j & M_{ij} &= 0 \\ \text{iv) i剛j降} \quad Q_{ij} &= \frac{3EI}{l_0^2} \phi_2 Z_i + \frac{3M_{pi}}{2l_0} \phi_3 & M_{ij} &= \frac{3EI}{l_0} \phi_3 Z_i + \frac{M_{pi}}{2} \phi_3 \\ \text{v) i降j剛} \quad Q_{ij} &= \frac{3EI}{l_0^2} \phi_2 Z_j + \frac{3M_{pj}}{2l_0} \phi_3 & M_{ij} &= M_{pi} \\ \text{vi) i降j滑} \quad Q_{ij} &= \frac{M_{pi}}{l_0}, M_{ij} = M_{pi} & \text{vii) i滑j降} \quad Q_{ij} &= \frac{M_{pj}}{l_0}, M_{ij} = 0 \\ \text{viii) 両端降伏} \quad Q_{ij} &= (M_{pi} + M_{pj})/l_0, M_{ij} = M_{pi} \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

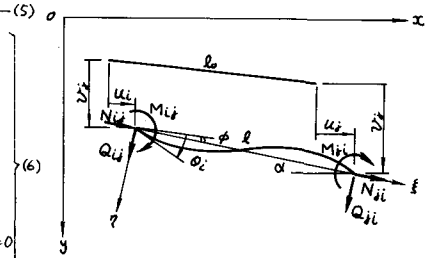


図-3

ただし、上式で $Z_i = \theta_i - \phi$, $Z_j = \theta_j - \phi$, $\phi = (\delta \phi_j - \delta \phi_i)/l_0$ (7)

また、 M_{pi} , M_{pj} は枝端 i における全塑性モーメントであり、 $\phi_i \sim \phi_j$ は軸力による曲げの影響を考慮した安定関数、 C_b は部材の湾曲に伴う軸方向変位の影響を考慮した補正項を表わす。

つぎに、部材座標系における枝端力ベクトルと枝端変形量ベクトルを S , V とし、一般座標系に対する枝端力ベクトルと枝端変位ベクトルを P , U とすれば、 P と S および U , V の微小増分 ΔU と ΔV の間にはそれぞれ式(8)のような関係がある。

$$P = [B] S, \quad \Delta V = [B]^t \Delta U \quad (8)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{ただし、} P &= \{P_{xi}, P_{yi}, M_{ij}, P_{xj}, P_{yj}, M_{ji}\}^t \\ U &= \{u_i, v_i, \theta_i, u_j, v_j, \theta_j\}^t \\ S &= \{N_{ij}, M_{ij}, M_{ji}\}^t, V = \{\delta, Z_i, Z_j\}^t \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

$$[B] = \begin{bmatrix} m & n & 0 & -m & -n & 0 \\ -n/l & m/l & 1 & n/l & -m/l & 0 \\ -n/l & m/l & 0 & n/l & -m/l & 1 \end{bmatrix}^t \quad (10)$$

$$m = \cos \alpha, \quad n = \sin \alpha$$

ところで、微小荷重増分に対する枝端力増分 ΔP は $\Delta P = [B] \Delta S + [4B] S$ (11) と表わされる。そこで、枝端力 S を枝端変形量 V で偏微分すれば

$$\Delta S = [t] \{\Delta V\}, \quad [t] = \frac{\partial S}{\partial V} \quad (12)$$

また、 $4B$ は次式で与えられる。

$$[4B] = \begin{bmatrix} \Delta m & \Delta n & 0 & -\Delta m & -\Delta n & 0 \\ (-\Delta n + n \delta)/l & (\Delta m - m \delta)/l & 0 & (\Delta n - n \delta)/l & (-\Delta m + m \delta)/l & 0 \\ (-\Delta n + n \delta)/l & (\Delta m - m \delta)/l & 0 & (\Delta n - n \delta)/l & (-\Delta m + m \delta)/l & 0 \end{bmatrix}^t \quad (13)$$

$$\left. \begin{aligned} \Delta m &= \frac{mn}{l} (\Delta u_i - \Delta v_j) - \frac{n^2}{l} (\Delta u_i + \Delta u_j) \\ \Delta n &= \frac{m^2}{l} (-\Delta u_i + \Delta v_j) + \frac{m^2}{l} (\Delta u_i - \Delta u_j) \\ \delta &= \frac{1}{2} (-\Delta v_i + \Delta v_j) + \frac{m}{l} (-\Delta u_i + \Delta u_j) \end{aligned} \right\}$$

4. Tezcan法の基本式 Tezcan法の基本式は3.に示すOran法とほぼ同様であるが、軸力の式は式(5)で $C_b = 1$ 、せん断力および枝端モーメントは式(6)で $l_0 = l$ としたものに一致し、また、式(7)は $\phi = \sin^{-1}(\delta \phi_j - \delta \phi_i)/l_0$ とする。

つぎに、接線剛性行列 K_T は、枝端力 P を変形量 U で直接、偏微分することにより誘導する。

$$\left. \begin{aligned} K_{Tij} &= \frac{\partial P_{ij}}{\partial u_i} & K_{Tji} &= \frac{\partial P_{ji}}{\partial u_j} \\ dP_{ij} &= \{K_{Tij}\}_{ij} du_i + \{K_{Tji}\}_{ji} du_j \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

5. 計算例 簡単なラ-メン構造物、Zヒンジリアーチおよびローゼ橋に対する解析結果を、通常の線形な解析法と文献(4)の割線剛性法による解析結果との比較とあわせて、講演当日スライドなどで紹介する予定である。

参考文献

- 1) 大地羊三 「構造解析とコンピュータ」、コンピュータサイエンスシリーズ、産業図書
- 2) S. Tezcan "Numerical Solution of Nonlinear Structures", Proc. ASCE, Vol. 94, ST6, 1968
- 3) C. Oran "Tangent Stiffness in Plane Frames", Proc. ASCE, Vol. 99, ST6, 1973
- 4) 児嶋弘行, 平尾素 「平面剛滑接構造物の一自励振動解析」, 土木学会論文報告集, 第218号, 1973年, 10月